Chapitre 4

Notion de Vecteurs

I. Notion de vecteur

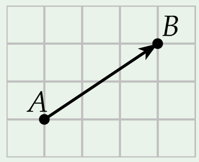
1) Vecteur et translation

Définition

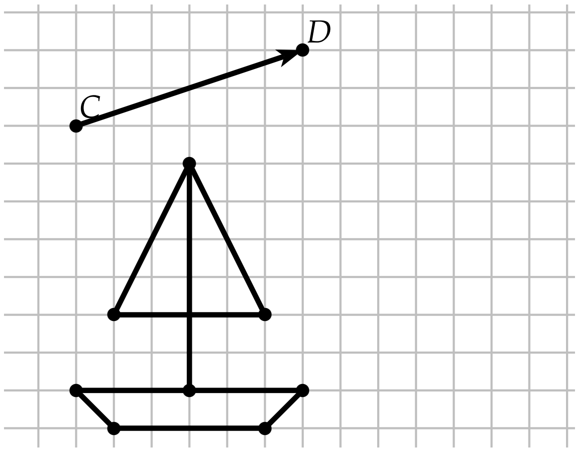
....

....

....



Exemple : Dessiner l'image du bateau par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$

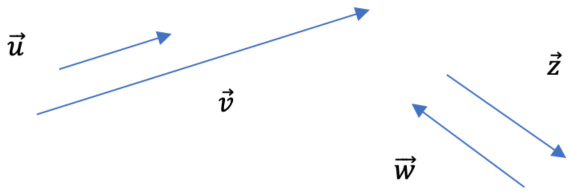


Définition

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un outil mathématique qui matérialise la translation d'un point à un autre point. Il est défini par 3 caractéristiques :

- ....
- ....
- ....

Exemple :



- Les vecteurs qui ont la même direction sont : ....
- Les vecteurs qui ont le même sens sont : ....
- Les vecteurs qui ont la même norme sont : ....

Remarque - Vecteur nul le vecteur qui matérialise la translation du point A au point A, c'està-dire sur lui-même, est noté $\overrightarrow{0}$ et s'appelle le vecteur nul. On a $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$. Ce vecteur n'a ni direction ni sens, et a pour norme 0.

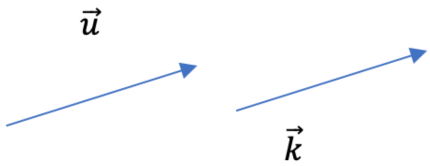
2) Vecteurs égaux

Définition

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont :

- ....
- ....
- ....

Exemple :



On note $\vec{u} = \vec{k}$

Remarque On a alors une infinité de représentations d'un vecteur $\vec{u}$. Pour en choisir un en particulier, il suffit de choisir un point du plan pour origine du vecteur. Par exemple, on dit que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le représentant du vecteur $\vec{u}$ ayant pour origine A. On note $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ avec A l'origine de la flèche et B l'extrémité.

3) Vecteurs opposés

Définition

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits opposés s'ils ont :

- ....
- ....

- ....

MAIS .... On note ....

Exemple : Dans l'exemple du 1) on a $\vec{w} = -\vec{z}$(ou $\vec{z} = -\vec{w}$)

Propriété

....

....

II. Opérations sur les vecteurs

1) Règle du parallélogramme

Propriété

ABCD est un parallélogramme équivaut à dire que ....

Démonstration

2) Somme de vecteurs et relation de Chasles

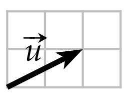
Définition

....

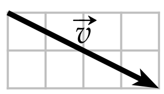
....

Exemple :

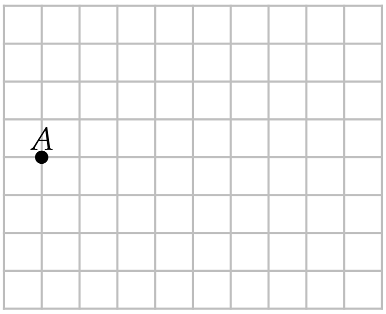
Soient $\vec{u}$:



et $\vec{v}$:



Tracer le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ à partir du point A :



Propriété

Relation de Chasles : Soient A, B et C trois points du plan. On a : ....

Exemple :

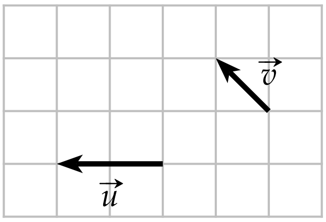
1) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} =$ ....
2) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} =$ ....
3) $\overrightarrow{AC} +$ .... $= \overrightarrow{AB}$
4) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} =$ ....
5) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} =$ ....
6) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} =$ ....

3) Multiplication par un réel

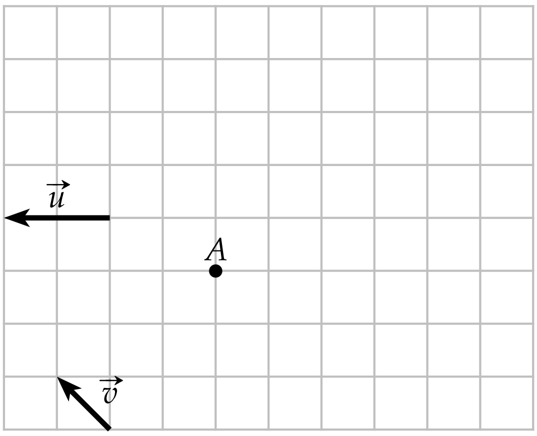
Comme pour les sommes, on peut construire des vecteurs multiples d'un autre vecteur en les mettant pour à bout.

Exemples :

- Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan. Construire $2\vec{u}$; $-3\vec{v}$



- Soit A un point. Placer les points B, C, D et E tels que :
  - $\overrightarrow{AB} = -\vec{u} + 4\vec{v}$
  - $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v}$
  - $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{CA}$
  - $\overrightarrow{ED} = 2\vec{u} - 3\vec{v} \iff$ ....



Propriété

. . . .

Exemples :

1) $4(\vec{u}+\vec{v}) =$ . . . .

2) $4(2\vec{u}) =$ . . . .

3) $5(2\vec{u}+3\vec{v}) =$ . . . .

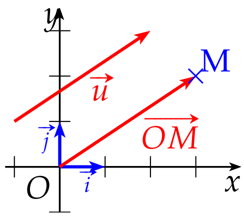
III. Coordonnées de vecteurs

1) Définition

Définition

Soit $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$, un repère du plan. Pour tout vecteur $\vec{u}$, il existe un unique point M tel que $\vec{u}=\overrightarrow{OM}$. Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans ce repère sont alors celles du point M.

Si un point M a pour coordonnées $(x_M;y_M)$ alors on note . . . .

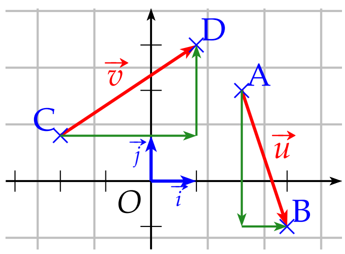


Propriété

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x_2\\y_2\end{pmatrix}$ 2 vecteurs. Alors . . . .

Méthode - Déterminer graphiquement les coordonnées d'un vecteur

Enoncé :
Déterminer graphiquement les coordonnées des vecteurs $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{CD}$



Solution :

2) Calcul des coordonnées d'un vecteur

Propriété

Dans un repère, soient A et B deux points de coordonnées A $(x_A; y_A)$ et B $(x_B; y_B)$.

alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées .

Démonstration

Méthode - Coordonnées d'un vecteur

Enoncé :
Soient $A(-1;-5)$ et B$(2;3)$. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$
Solution :

3) Opérations sur les vecteurs

Propriété

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$ 2 vecteurs. Alors :

- $\vec{u} + \vec{v} =$
- $k\vec{u} =$

Méthode - Utiliser les opérations sur les vecteurs

Enoncé :
Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$. Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$
Solution :