

Correction - DS n°01 - Sujet B

Repérage

Exercice 1 - Nature du quadrilatère - (7 points)

- 1) quelle est la nature du repère $(O; I; J)$ ci-contre ?

Le repère $(O; I; J)$ est un repère orthogonal car $\widehat{IOJ} = 90^\circ$ et $OI \neq OJ$. ①

- 2) Lire les coordonnées des points A, B, C et D. ①

$A(4; -3), B(-3; 2), C(-2; -1,5)$ et $D(1; -3)$

- 3) Placer les points $E(1; 2), F(-5; 1), G(-4; -2)$ et $H(2; -1)$ ①

- 4) Calculer les coordonnées de M milieu de $[EG]$

$$x_M = \frac{x_E + x_G}{2} = \frac{1 + (-4)}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5 \quad \text{et}$$

$$y_M = \frac{y_E + y_G}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = -\frac{0}{2} = 0$$

Donc $M(-1,5; 0)$ ①,5

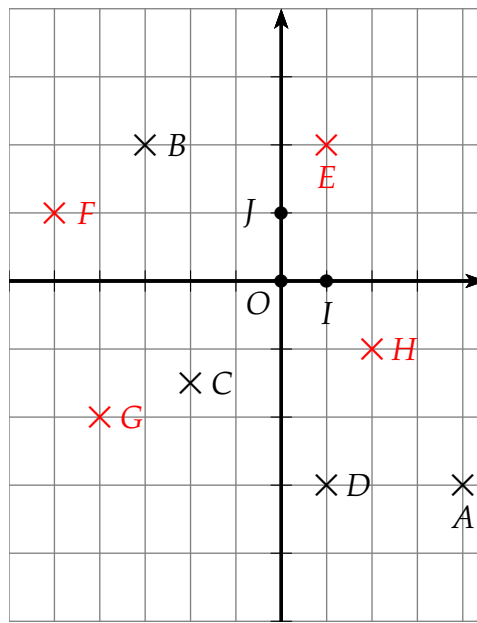
- 5) Calculer les coordonnées de P milieu de $[FH]$

$$x_P = \frac{x_F + x_H}{2} = \frac{-5 + 2}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5 \quad \text{et} \quad y_P = \frac{y_F + y_H}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = 0$$

Donc $P(-1,5; 0)$ ①,5

- 6) que peut-on en conclure quant à la nature du quadrilatère EFGH ?

Le quadrilatère EFGH est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu. ①



Exercice 2 - Triangle particulier - (4 points)

On considère les points $A(3; -1), B(3; 3)$ et $C(7; 1)$.

- 1)

$$\bullet AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3 - 3)^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{16} = 4 \quad \text{①}$$

$$\bullet BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(7 - 3)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{20} \quad \text{①}$$

$$\bullet AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(7 - 3)^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{20} \quad \text{①}$$

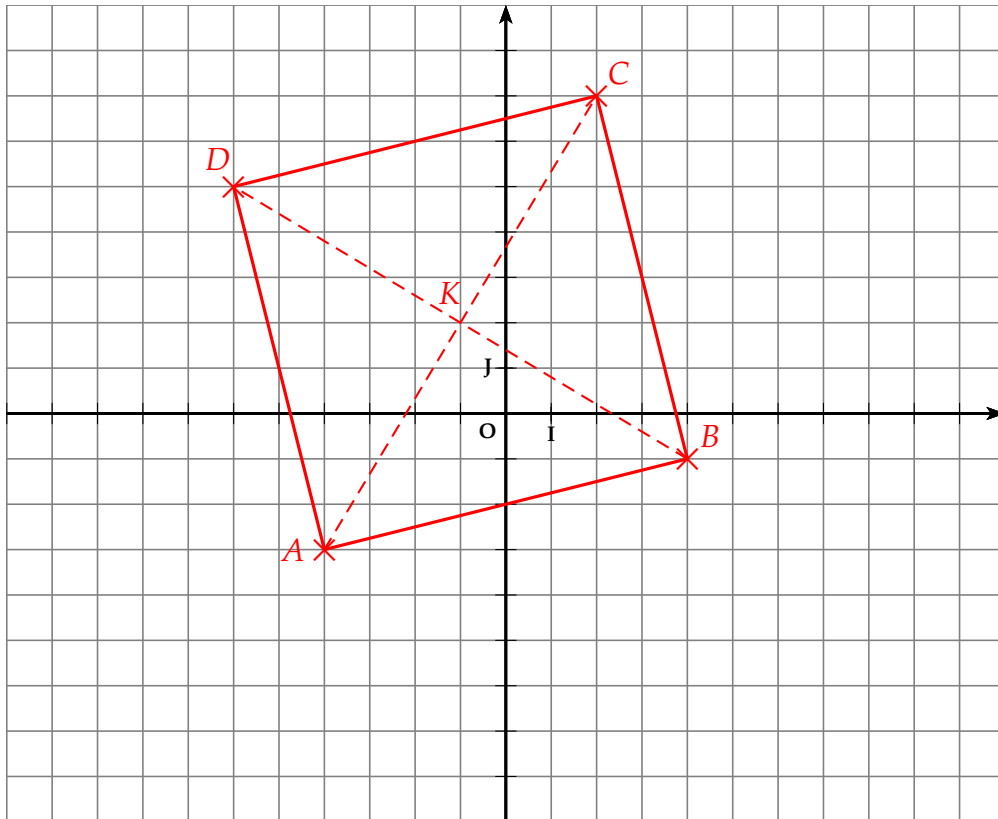
- 2) Donner la nature du triangle ABC.

On a $BC = AC$, donc ABC est un triangle isocèle. ①

Exercice 3 - Parallélogramme particulier - (9,5 points)

Dans le repère orthonormé (O,I,J) , on considère les points $A(-4; -3)$, $B(4; -1)$ et $C(2; 7)$.

- 1) Placer ces points dans le repère (O,I,J) ci-dessous : ①



- 2) Déterminer par le calcul les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme de centre K (K doit être le milieu des diagonales). ②,5

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -1 \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Donc $K(-1; 2)$

$$x_K = \frac{x_B + x_D}{2} \iff x_D = 2x_K - x_B \iff x_D = 2 \times (-1) - 4 \iff \boxed{x_D = -6}$$

$$y_K = \frac{y_B + y_D}{2} \iff y_D = 2y_K - y_B \iff y_D = 2 \times 2 - (-1) \iff \boxed{y_D = 5}$$

- 3) Conjecturer la nature du quadrilatère ABCD. ①,5 ABCD semble être un carré.

- 4) a) Montrer que $AC = BD$. (On prendra si nécessaire $D(-6; 5)$).

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2 - (-4))^2 + (7 - (-3))^2} = \sqrt{6^2 + 10^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34} \quad \text{①}$$

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(-6 - 4)^2 + (5 - (-1))^2} = \sqrt{(-10)^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34} = AC \quad \textcircled{1}$$

b) Qu'est ce que cela implique pour la nature du parallélogramme ABCD? $\textcircled{1}$

le parallélogramme ABCD a donc ses diagonales de même mesure. Il s'agit donc d'un rectangle.

5) Montrer que ABCD est un losange. $\textcircled{2}$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4 - (-4))^2 + (-1 - (-3))^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{66}$$
$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 4)^2 + (7 - (-1))^2} = \sqrt{(-2)^2 + 8^2} = \sqrt{66} = AB$$

le parallélogramme ABCD a 2 côtés consécutifs de même longueur. Il s'agit donc d'un losange.

6) Dédire des questions précédentes la nature précise du parallélogramme ABCD en justifiant. $\textcircled{0,5}$

ABCD est donc à la fois un rectangle (question 4) et un losange (question 5). ABCD est donc un carré.