

Correction - DS n°01

Fonctions Polynôme de degré 2

55min - Barème indicatif

Calculatrice autorisée.

Les résultats devront être justifiés (à l'aide de calcul ou de propriétés).

Exercice 1 - identifier la forme d'un trinôme - (3 points)

f est une fonction polynôme du second degré. Dans chaque cas, préciser la forme de l'expression (développée ou canonique) et préciser les valeurs a, b, c , ou a, α, β .

1) $f(x) = 4x + 2x^2 - 1$ (0,5)
 Forme développée. $a = 2, b = 4$ et $c = -1$

4) $f(x) = -5x^2$ (0,5)
 Forme développée. $a = -5, b = 0$ et $c = 0$
 Forme canonique. $a = -5, \alpha = 0$ et $\beta = 0$

2) $f(x) = 3 + 4x - 5x^2$ (0,5)
 Forme développée. $a = -5, b = 4$ et $c = 3$

5) $f(x) = 4 - 2(x + 1)^2$ (0,5)
 Forme canonique. $a = -2, \alpha = -1$ et $\beta = 4$

3) $f(x) = -15x^2 + 3$ (0,5)
 Forme développée. $a = -15, b = 0$ et $c = 3$
 Forme canonique. $a = -15, \alpha = 0$ et $\beta = 3$

6) $f(x) = 5(x + 3)^2 - 8$ (0,5)
 Forme canonique. $a = 5, \alpha = -3$ et $\beta = -8$

Exercice 2 - Passer à la forme canonique - (4 points)

Transformer les fonctions suivantes pour les écrire sous forme canonique. La transformation de la première fonction devra se faire au moyen de la factorisation.

1) $f(x) = x^2 + 4x + 5$; (1)
 $f(x) = x^2 + 4x + 5 = (x^2 + 4x) + 5 = (x^2 + 4x + 4 - 4) + 5 = (x + 2)^2 - 4 + 5 = (x + 2)^2 + 1$

2) $g(x) = x^2 - 5x - 4$; (1)
 $g(x) = x^2 - 5x + 4 = (x^2 - 5x) + 4 = (x^2 - 5x + 6,25 - 6,25) + 4 = (x - 2,5)^2 - 6,25 + 4$
 D'où $g(x) = (x - 2,5)^2 - 2,25$

3) $h(x) = -3x^2 + 5x + 15$; (1)
 $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2 \times (-3)} = \frac{5}{6}$ $\beta = f(\alpha) = -3 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 + 5 \times \frac{5}{6} + 15 = \frac{205}{12}$
 D'où $h(x) = -3 \left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{205}{12}$

4) $k(x) = -7x + 2x^2 - 4$; (1)
 $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{7}{2 \times 2} = \frac{7}{4}$ $\beta = f(\alpha) = 2 \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 - 7 \times \frac{7}{4} - 4 = -\frac{81}{8}$
 D'où $k(x) = 2 \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \frac{81}{8}$

Exercice 3 - Passer à la forme développée - (2 points)

Transformer les fonctions suivantes pour les écrire sous forme développée. On fera apparaître au moins une étape intermédiaire

1) $f(x) = -3(x - 5)^2 + 4$; ①

$$f(x) = -3(x^2 - 10x + 25) + 4 = -3x^2 + 30x - 71$$

2) $g(x) = -5 + 8(3x - 4)^2$; ①

$$g(x) = -5 + 8(9x^2 - 24x + 16) = -5 + 72x^2 - 192x + 128 = 72x^2 - 192x + 123$$

Exercice 4 - Tableau de variations - (3 points)

Pour chaque fonction polynôme du second degré suivante, dresser son tableau de variations (les valeurs du tableau de variations doivent être justifiées).

1) $f(x) = 5(x + 4)^2 - 6$ ①

$$a = 5 > 0, \alpha = -4 \text{ et } \beta = -6$$

| | | | |
|-----|-----------|------|-----------|
| x | $-\infty$ | -4 | $+\infty$ |
| f | | | |

2) $g(x) = -2x^2 + 4x + 30$ ②

$$a = -2 < 0, \alpha = \frac{-b}{2a} = 1 \text{ et } \beta = f(\alpha) = 32$$

| | | | |
|-----|-----------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| g | | | |

Exercice 5 - points et paraboles - (3 points)

En sachant que la courbe représentative passe par le point de coordonnées $A(2;0)$ et à l'aide du tableau de variations ci-dessous, retrouver l'expression de la fonction $f(x)$. On donnera la forme développée et la forme canonique.

| | | | |
|-----|-----------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 6 | $+\infty$ |
| f | | | |

Dans le tableau de variation, on voit que $\alpha = 6$ et $\beta = 10$. Donc f est de la forme $f(x) = a(x - 6)^2 + 10$ avec $a < 0$.

De plus si $x = 2$ alors $f(x) = 0$, donc $0 = a(2 - 6)^2 + 10$ d'où $a = \frac{-10}{16} = -\frac{5}{8}$. ①

La forme canonique de f est donc : $f(x) = -\frac{5}{8}(x - 6)^2 + 10$ ①

$$f(x) = -\frac{5}{8}(x^2 - 12x + 36) + 10 = -\frac{5}{8}x^2 + \frac{15}{2}x - \frac{45}{2} + 10 = -\frac{5}{8}x^2 + \frac{15}{2}x - \frac{25}{2}$$
 ①

———— Exercice 6 - graphiques et paraboles - (5 points) ————

f, g, h sont définies sur \mathbb{R} par :

1) $f(x) = -0,25x^2 - 0,5x + 2$

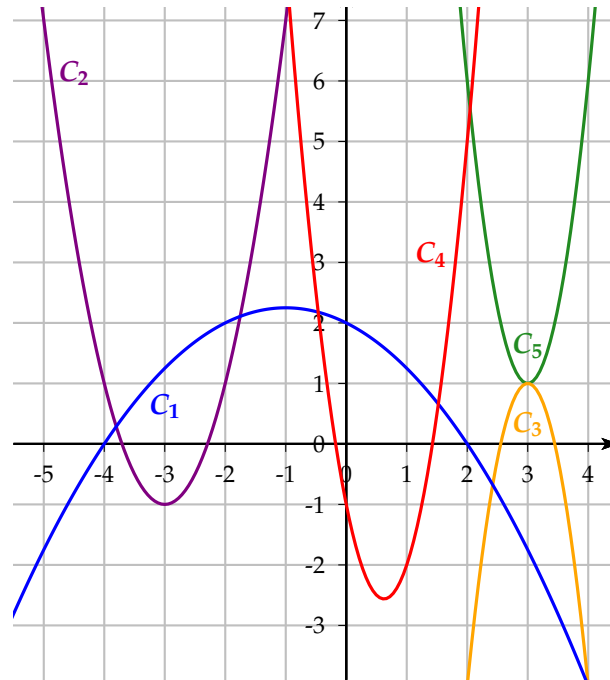
3) $h(x) = 5(x - 3)^2 + 1$

5) $m(x) = 2(x + 3)^2 - 1$

2) $g(x) = 4x^2 - 5x - 1$

4) $k(x) = -5x^2 + 30x - 44$

Associer chaque courbe à sa fonction associée en expliquant la démarche.



f et k correspondent à C_1 et C_3 car $a < 0$ et les 2 paraboles sont orientées vers le bas.

Pour $f(x)$, on a $\alpha = -1$ donc la courbe représentative de f est C_1 . ①

Pour $k(x)$, on a $\alpha = 3$ donc la courbe représentative de k est C_3 . ①

$m(x)$ a comme sommet $S(-3; -1)$ donc la courbe représentative de m est C_2 . ①

$h(x)$ a comme sommet $S(3; 1)$ donc la courbe représentative de h est C_5 . ①

pour $g(x)$, on a $\alpha = \frac{5}{8}$ donc la courbe représentative de g est C_4 . ①