

Correction - DS n°3

Équations du second degré - Sujet A

Exercice 1 - Equations - (1,5 points)

Déterminer les racines des fonctions polynômes du second degré.

1) $f(x) = 3(x+7)(-x+11)$ (0,5)

$$x+7=0 \text{ et } -x+11=0 \iff x_1=-7 \text{ et } x_2=11$$

2) $g(x) = x(x-45)$ (0,5)

$$x=0 \text{ et } x-45=0 \iff x_1=0 \text{ et } x_2=45$$

3) $h(x) = -4(x+6)(x-501)$ (0,5)

$$x+6=0 \text{ et } x-501=0 \iff x_1=-6 \text{ et } x_2=501$$

Exercice 2 - Factorisation - (5,5 points)

Donner les racines du polynôme du second degré donné, puis le factoriser

1) $A(x) = x^2 + 6x + 9$ (1)

$$A(x) = x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

(Identité remarquable)

2) $B(x) = -x^2 + 2x + 15$ (1,5)

$$B(x) = -x^2 + 2x + 15$$

$$\Delta = 4 + 4 \times 15 = 64$$

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{64}}{2 \times (-1)} = 5$$

$$\text{et } x_2 = \frac{-2 + \sqrt{64}}{2 \times (-1)} = -3$$

$$B(x) = -(x+3)(x-5)$$

3) $C(x) = x^2 + 18x + 77$ (1,5)

$$C(x) = x^2 + 18x + 77$$

$$\Delta = 18^2 - 4 \times 77 = 16$$

$$x_1 = \frac{-18 - \sqrt{16}}{2} = -11$$

$$\text{et } x_2 = \frac{-18 + \sqrt{16}}{2} = -7$$

$$C(x) = (x+11)(x+7)$$

4) $D(x) = 2x^2 - 7x + 8$ (1,5)

$$D(x) = 2x^2 - 7x + 8$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 8 = -15$$

Pas de racines et factorisation impossible.

Exercice 3 - Inéquations - (5,5 points)

Résoudre les inéquations données.

1) $4x^2 - 2x + \frac{1}{4} > 0$ (1,5)

$$\Delta = 0 \text{ et } x_0 = \frac{1}{4} \text{ et } a > 0 \text{ donc}$$

$$S = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\}$$

2) $x^2 - 3x + 5 \leq 0$ (1)

$$\Delta = -11 \text{ et } a > 0$$

$$S = \emptyset$$

3) $6x^2 + 7x - 3 \geq 0$ (1,5)

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{1}{3}$$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
$f(x)$		+	0	-	0	+

$$S = \left] -\infty; -\frac{3}{2} \right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty \right[$$

4) $49x^2 - 4 \geq 0$ (1,5)

$$\iff (7x - 2)(7x + 2) \geq 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{2}{7}$		$\frac{2}{7}$	$+\infty$	
$f(x)$		+	0	-	0	+

$$S = \left] -\infty; -\frac{2}{7} \right] \cup \left[\frac{2}{7}; +\infty \right[$$

Exercice 4 - Tableau de variations - (2 points)

Pour la fonction polynôme du second degré ci-dessous, dresser son tableau de variations (les valeurs du tableau de variations doivent être justifiées).

$$f(x) = -6x^2 + 66x - 30$$

On a $a = -6 < 0$, $\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{11}{2}$ et $\beta = f(\alpha) = \frac{303}{2}$ donc :

x	$-\infty$	$\frac{11}{2}$	$+\infty$
f		$\frac{303}{2}$	

Exercice 5 - Somme et Produit de racines - (2 points)

Pour chaque équation, déterminer une solution évidente et en déduire l'autre sans calculer le discriminant.

1) $3x^2 - 4x - 7 = 0$ (1)

2) $-2x^2 + 14x - 20 = 0$ (1)

$$1) x_1 = -1, \text{ d'ou } S = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$

$$x_2 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3}$$

$$2) x_1 = 2, \text{ d'ou } S = -\frac{b}{a} = 7$$

$$x_2 = 7 - 2 = 5$$

Exercice 6 - Problème - (4 points)

Une athlète lance un javelot à l'instant $t = 0$. La hauteur $h(t)$, en mètre, à l'instant t , en seconde, du centre de gravité est :

$$h(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2$$

La hauteur est mesurée à partir du sol.

- 1) À quel instant le javelot est-il au plus haut et quelle est la hauteur maximale? ①

On cherche α et β :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{8}{2 \times (-0,5)} = 8 \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha) = -\frac{1}{2} \times 8^2 + 8 \times 8 + 2 = 34$$

Au bout de 8 secondes, le javelot atteint une hauteur de 34m.

- 2) Pendant combien de temps le javelot est-il au-dessus de 32m? ②

$$\text{on résout l'inéquation : } h(t) \geq 32 \iff -\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2 \geq 32 \iff -\frac{1}{2}t^2 + 8t - 30 \geq 0$$

$$\Delta = 64 - 4 \times \frac{1}{2} \times 30 = 4$$

$$t_1 = \frac{-8 - \sqrt{4}}{2 \times (-0,5)} = 10$$

$$\text{et } t_2 = \frac{-8 + \sqrt{4}}{2 \times (-0,5)} = 6$$

Le javelot sera au-dessus de 32m pendant $x_1 - x_2 = 4$ secondes.

- 3) Au bout de combien de temps le javelot touchera-t-il le sol? (À quel instant le javelot touchera-t-il le sol?) ①

on résout l'équation $h(x) = 0$:

$$-\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2 = 0 \quad \Delta = 64 - 4 \times \frac{-1}{2} \times 2 = 68$$

$$t_1 = \frac{-8 - \sqrt{68}}{2 \times (-0,5)} = 8 - 2\sqrt{17} \approx -0,246$$

$$\text{et } t_2 = \frac{-8 + \sqrt{68}}{2 \times (-0,5)} = 8 + 2\sqrt{17} \approx 16,246$$

Le javelot touchera donc le sol au bout de 16,2 secondes environ.