

## Chapitre 2

## Suites arithmétiques

## I. définition et expression du terme général d'une suite arithmétique

## 1) définition

🔗 **Exemple** : On considère la liste des trois nombres suivants :  $-2$ ,  $5$  et  $12$ .

Dans cet ordre, ces nombres peuvent-ils être les termes consécutifs d'une suite arithmétique ?

Pour y répondre, il faut s'assurer que la différence entre deux termes consécutifs reste la même.

$$12 - 5 = 7$$

$$5 - (-2) = 7$$

Cette différence reste égale à  $7$ .

$-2$ ,  $5$  et  $12$  sont bien les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

Une telle suite est appelée une suite arithmétique de raison  $7$  et de premier terme  $-2$ . La suite est donc définie par :  $U_{n+1} = U_n + 7$  et  $U_0 = -2$ .

## Définition

## 🔗 Méthode - Démontrer si une suite est arithmétique

**Énoncé :**

- 1) La suite  $U_n$  définie par :  $U_n = 7 - 9n$  est-elle arithmétique ?
- 2) La suite  $V_n$  définie par :  $V_n = n^2 + 3$  est-elle arithmétique ?

## 2) Forme explicite d'une suite arithmétique

🔗 Méthode - Exprimer une suite arithmétique en fonction de  $n$ **Énoncé :**

Pour préparer une course, un athlète décide de s'entraîner de façon progressive. Il commence son entraînement au « jour 0 » par un petit footing d'une longueur de  $3000$  m. Au « jour 1 », il court  $3150$  m. Au « jour 2 », il court  $3300$  m puis ainsi de suite en parcourant chaque jour  $150$  m de plus que la veille. On note  $U_n$  la distance parcourue au « jour  $n$  » d'entraînement.

- 1) Calculer  $U_3$  et  $U_4$ .

- 2) Quelle est la nature de la suite  $(U_n)$ ? On donnera son premier terme et sa raison.
- 3) Exprimer  $U_{n+1}$  en fonction de  $U_n$ .
- 4) Donner la variation de la suite  $(U_n)$ .
- 5) Exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$ .

**Propriété**

.....

.....

.....

**3) Rappel : Variation**

**Propriété**

$U_n$  est une suite arithmétique de raison  $r$ .

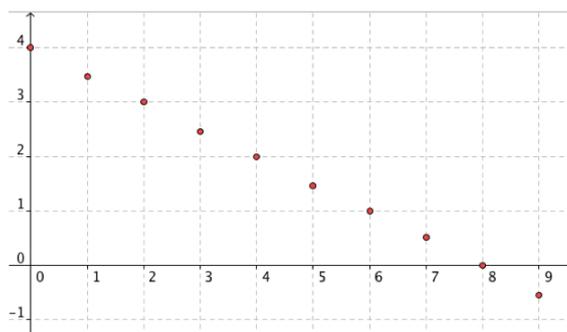
- .....
- .....

**Exemple :** La suite arithmétique  $U_n$  définie par  $U_n = 8 - 3n$  est décroissante car de raison négative et égale à  $-3$ .

**4) Rappel : Représentation graphique**

Les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique sont alignés.

**Exemple :** On a représenté ci-dessous la suite de raison  $0,5$  et de premier terme  $4$ .



## II. Somme des termes d'une suite arithmétique

### ☰ Méthode - Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique

#### Énoncé :

On reprend le contexte de la méthode du paragraphe I.

- 1) Quelle distance aura-t-il parcourue au total lorsqu'il sera au « *jour 15* » de son entraînement ?
- 2) Quelle distance aura-t-il parcourue au total entre le « *jour 8* » et le « *jour 12* » ?

#### Réponse :

#### ⚙️ Propriété

.....

#### 🧮 Calculatrice

Pour vérifier, on peut utiliser la calculatrice :

- Pour accéder au catalogue : .
- Sélectionner le menu analyse
- Choisir  $\sum_{k=m}^n (f(k))$
- Et compléter pour afficher :  $\sum_{X=0}^{14} (3000 + 150X)$

## III. Moyenne arithmétique de deux nombres

### ☰ Méthode - Calculer une moyenne arithmétique de deux nombres

#### Énoncé :

- 1) Calculer la moyenne arithmétique des nombres  $-3$  et  $19$ .
- 2) Peut-on affirmer que chaque terme d'une suite arithmétique est la moyenne arithmétique du terme qui le précède et du terme qui le suit ?

#### 💬 Définition

.....

.....

## Résumé

	$(U_n)$ suite arithmétique : - de raison $r$ - premier terme $U_0$	Exemple : $r = -0,5$ et $U_0 = 4$
Définition	$U_{n+1} = U_n + r$	$U_{n+1} = U_n - 0,5$ La différence entre un terme et son précédent est égale à $-0,5$
Propriété	$U_n = U_0 + nr$ $U_n = U_1 + (n - 1)r$	$U_n = 4 - 0,5n$
Variations	Si $r > 0$ : $(U_n)$ est croissante Si $r < 0$ : $(U_n)$ est décroissante	$r = -0,5 < 0$ La suite $(U_n)$ est décroissante.
Somme des termes consécutifs	Somme = nombre de termes $\times$ $\left( \frac{\text{1er terme} + \text{dernier terme}}{2} \right)$	$U_3 + \dots + U_{10} = 8 \times \frac{U_3 + U_{10}}{2}$
Représentation graphique	<b>Remarque :</b> Les points de la représentation graphique sont alignés. On parle de croissance linéaire.	