

Correction - Devoir Surveillé n°02

Suites arithmétiques

Exercice 1 - (3 points)

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 400$ et de raison $r = 15$.

- 1)  Donner l'expression du terme général de la suite (u_n) .

$$\text{Par définition : } u_n = u_0 + n \times r. \quad \text{Ici } u_0 = 400 \text{ et } r = 15, \text{ donc } u_n = 400 + 15n$$

- 2)  En déduire la valeur du 27^e terme de la suite.

$$u_{26} = 400 + 15 \times 26 = 790$$

- 3)  Calculer u_{54} .

$$u_{54} = 400 + 15 \times 54 = 1\,210$$

Exercice 2 - (3,5 points)

Soit (u_n) la suite arithmétique de terme $u_1 = 360$ et de raison $r = -20$.

- 1) Calculer u_0 .

$$u_0 = u_1 - r = 360 - (-20) = 380$$

- 2) Donner l'expression du terme général de la suite (u_n) .

$$\text{Par définition : } u_n = u_0 + n \times r. \quad \text{Ici } u_0 = 380 \text{ et } r = -20, \text{ donc } u_n = 380 - 20n$$

- 3) En déduire la valeur du 23^e terme de la suite.

$$u_{23} = 380 - 20 \times 18 = 380 - 360 = -80$$

- 4) Calculer u_{18} .

$$u_{18} = 380 - 20 \times 18 = 380 - 360 = 20$$

Exercice 3 - (3 points)

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 312$ et de raison $r = -6$.

- 1) Donner l'expression du terme général de la suite (u_n) .

$$u_n = u_0 + r \times n = 312 - 6n$$

- 2) Calculer u_{43} .

$$u_{43} : u_{43} = 312 - 6 \times 43 = 54$$

- 3) En déduire $\sum_{i=0}^{43} u_i = u_0 + u_1 + \dots + u_{43}$

$$\sum_{i=0}^{43} u_i = 44 \times \frac{312 + 54}{2} = 8\,052$$

Exercice 4 - (2 points)

Dans chacun des cas suivants, déterminer si les trois nombres donnés sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

1) $a = -19, b = -6$ et $c = 9$.

$$\frac{a + c}{2} = \frac{-19 + 9}{2} = -5 \neq b = -6$$

Il ne s'agit pas de 3 termes consécutifs d'une suite arithmétique.

2) $a = 432, b = 348$ et $c = 264$.

$$\frac{a + c}{2} = \frac{432 + 264}{2} = 348 = b$$

Il s'agit de 3 termes consécutifs d'une suite arithmétique.

Exercice 5 - (5 points)

Une norme anti-pollution contraint un groupe industriel à faire en sorte que ses rejets polluants ne dépassent pas 2000 tonnes en 2030. En 2020, les rejets polluants du groupe industriel ont été évalués à 5000 tonnes et ce groupe a opté pour une réduction annuelle fixe de 300 tonnes de ses rejets polluants. Pour tout entier naturel n , on note a_n la masse, exprimée en tonnes, des rejets polluants du groupe industriel durant l'année $(2020 + n)$. On a donc $a_0 = 5000$.

1) Déterminer la masse des rejets polluants pour chacune des années 2021 et 2022 . ①

$$2021 : a_1 = a_0 - 300 = 5000 - 300 = 4700. \quad 2022 : a_2 = a_1 - 300 = 4700 - 300 = 4400.$$

2) Justifier que la suite (a_n) est arithmétique et donner sa raison. ①

$$\frac{a_0 + a_2}{2} = \frac{5000 + 4400}{2} = 4700 = a_1.$$

La suite est donc bien arithmétique de raison -300 .

3) Donner l'expression du terme général a_n . ①

Par définition : $a_n = a_0 + n \times r$.

Ici $a_0 = 5000$ et $r = -300$, donc $a_n = 5000 - 300n$

4) L'objectif de ne pas dépasser 2000 tonnes de rejets polluants en 2030 sera-t-il atteint? ②

$$\text{L'année 2030 correspond à } u_{10}. \quad u_{10} = 5000 - 300 \times 10 = 2000. \text{ L'objectif est atteint.}$$

Exercice 6 - (4 points)

Chloé a installé un nouveau jeu sur son smartphone. Une partie de ce jeu comporte différents niveaux. Au cours d'une partie, Chloé a obtenu 7560 points au premier niveau et prévoit, du fait de la difficulté croissante, d'obtenir à chaque niveau 200 points de moins qu'au niveau précédent. Pour tout entier naturel n non nul, on note p_n le nombre de points obtenu au niveau n . Ainsi $p_1 = 7560$.

- 1) Donner l'expression du terme général de la suite (p_n) . ①

Par définition : $p_n = p_0 + n \times r$.

Ici $p_0 = p_1 - r = 7560 + 200 = 7760$ et $r = -200$, donc $p_n = 7760 - 200n$

- 2) Calculer $p(20)$ ①

$$p(20) = 7760 - 200 \times 20 = 7760 - 4000 = 3760$$

- 3) Une partie comporte 20 niveaux. Déterminer le nombre total de points que Chloé aura obtenu lors de cette partie. (la somme des 20 niveaux). ②

$$\sum_{i=1}^{20} p_i = 20 \times \frac{7\,560 + 3\,760}{2} = 113\,200$$