

Vecteurs - Rappels seconde

Exercices d'entraînement

Exercice 1 - Nature d'un quadrilatère et droites remarquables

On considère un repère orthonormé $(O; I, J)$ du plan. On donne les points $A(-1; 6)$, $B(7; -2)$, $C(1; -2)$ et $D(9; 6)$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Construire le centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC.
- 3) Donner, sans justification, les coordonnées de Ω et calculer le rayon du cercle.
- 4) Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle : on dira qu'ils sont cocycliques.
- 5) Soit M , un point de coordonnées $(4; 1)$.
 - a) Montrer que M appartient au segment $[AB]$.
 - b) Montrer que M appartient au segment $[DC]$.
 - c) Calculer $MA \times MB$ et $MC \times MD$.
 - d) Conclure

Exercice 2 - Nature d'un quadrilatère

Dans un repère du plan (O, I, J) ci - contre, on considère les points $A(-3; -1)$, $B(4; 0)$, $C(9; 5)$ et $D(2; 4)$.

- 1) Faire une figure dans un repère orthonormé
- 2) Placer les points A, B, C et D dans le repère ci-contre.
- 3)
 - a) Que peut-on conjecturer sur la nature du quadrilatère ABCD?
 - b) En prenant soin de détailler les étapes, démontrer la conjecture de la question précédente.
- 4) La perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point D coupe la droite (BC) au point E. Compléter la figure, puis, par lecture graphique, déterminer les coordonnées du point E.
- 5) La droite (ED) coupe la droite (AC) au point M.
 - a) Que représente le point M pour le triangle BCD? Justifier votre réponse.
 - b) Montrer que les droites (BM) et (DC) sont perpendiculaires.

Exercice 3 Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées du vecteur \vec{v} sont $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$, celles du point $A(1; -2)$.

Calculer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{CA} = \vec{v}$.

Exercice 4 Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $K(-2; -3)$, $L(3; -4)$ et $M(-1; 5)$.

Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM}$?

Exercice 5 Construire un repère $(O; I, J)$ orthogonal.

- 1) Placer les points $A(3; -9)$ et $B(-1; -5)$.
- 2) Placer les points C et D tels que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme de centre I.
- 3) Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants.

a) \overrightarrow{AB}

b) \overrightarrow{DC}

c) \overrightarrow{AD}

Exercice 6 Dans un repère, on considère les points A et B de coordonnées respectives $(3; -4)$ et $(-1; 2)$. Quelles sont les coordonnées de C tel que $\overrightarrow{AB} = -5\overrightarrow{AC}$?

Exercice 7 Dans un repère, on considère les points suivants : $A\left(\frac{2}{9}; \frac{6}{25}\right)$ et $B\left(-\frac{5}{6}; \frac{9}{20}\right)$.

Calculer les coordonnées de C tel que $\overrightarrow{AC} = \frac{15}{2}\overrightarrow{AB}$.

Exercice 8 Dans un repère orthogonal, placer les points :

- $A(-3; 1)$
- $B(1; 3)$
- $C(1, -4)$
- $D(7; -1)$

Les droites suivantes sont-elles parallèles?

- 1) (AB) et (CD)
- 2) (AC) et (BD)

Exercice 9 Dans un plan muni d'un repère, on place les points $A(1; -2)$, $B(-3; 1)$, $C(-17; 15)$ et $D(-5; 6)$. Montrer que $ABCD$ est un trapèze.

Exercice 10 - Sommes algébriques sans grille Soit A, B, C et D quatre points quelconques.

1) Démontrer les égalités suivantes.

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}) = \overrightarrow{DA}$

b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

2) Simplifier l'écriture des vecteurs suivants.

a) $\vec{u} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD})$

b) $\vec{v} = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$

Exercice 11 - Alignement

On considère un parallélogramme $ABCD$ et les points E et F définis par :

- $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AD}$
- $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

- 1) Faire une figure.
- 2) Que peut-on conjecturer sur les points B, F et E ?

On choisit $(A; D, B)$ comme repère.

3) Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} .

4) En déduire les coordonnées du point C .

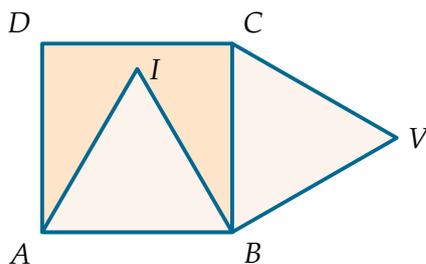
5) Quelles sont les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AF} ?

6) En déduire les coordonnées du point F .

7) Calculer les coordonnées du point E .

8) Démontrer que \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{BF} sont colinéaires. Conclure.

Exercice 12 - Un classique Sur la figure ci-dessous, on considère le carré $ABCD$ de côté 5 cm et les triangles équilatéraux ABI et BCV .



1) Construire la figure en vraie grandeur.

On se place dans le repère $(A; B, D)$.

2) Calculer les coordonnées des points I et V .

3) Démontrer que les points D, I et V sont alignés.