Chapitre 3

Probabilités conditionnelles
Correction des exercices

Exercice 1 - Ex 17

Soit A et B deux événements tels que :

$$P(\mathrm{A}) = 0,5 ; P(\mathrm{B}) = 0,8 \text{ et } P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0,1.$$

1) **a)** Exprimer $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ en fonction de $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ et $P(\mathrm{A})$.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

b) En déduire la valeur de $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2$$

2) Calculer la valeur de $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,8} = 0,125$$

Exercice 2 - Ex 18

Soit C et D deux événements tels que : $P(C) = 0,75 ; P(D) = 0,45$ et $P(C \cap D) = 0,3$.

1) Calculer la « *probabilité de* C *sachant* D ».

$$P_D(C) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{0,3}{0,45} = \frac{2}{3}$$

2) Calculer la « *probabilité de* D *sachant* C ».

$$P_C(D) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{0,3}{0,75} = 0,4$$

Exercice 3 - Ex 19

Afin d'encourager le tourisme, le maire d'un village publie dans le journal local les affirmations suivantes :

- 90% des jours de l'année sont ensoleillés :
- 18% des jours de l'année sont ventés ;
- 6% des jours de l'année sont ensoleillés et ventés.

Un touriste arrive un jour dans cette ville. On note E l'événement « *le jour est ensoleillé* » et V l'événement « *le jour est venté* ».

1) A partir des informations de l'énoncé, donner les valeurs des probabilités $P(\mathrm{E})$, $P(\mathrm{V})$ et $P(\mathrm{E} \cap \mathrm{V})$.

$P(\mathrm{E}) = 0,9$, $P(\mathrm{V}) = 0,18$ et $P(\mathrm{E} \cap \mathrm{V}) = 0,06$.

2) Calculer $P_{\mathrm{E}}(\mathrm{V})$ et $P_{\mathrm{V}}(\mathrm{E})$, puis préciser par une phrase ce que signifient ces probabilités.

$P_E(V) = \dfrac{P(E \cap V)}{P(E)} = \dfrac{0,06}{0,9} = \dfrac{1}{15}$ et $P_V(E) = \dfrac{P(E \cap V)}{P(V)} = \dfrac{0,06}{0,18} = \dfrac{1}{3}$

$P_E(V)$ est la probabilité d'avoir du vent sachant que la journée est ensoleillé et $P_V(E)$ est la probabilité d'avoir du soleil sachant que la journée est venté.

Exercice 4 - Ex 23

Un magasin propose à la vente 75 jeux vidéos d'occasion dont 30 jeux d'aventure. Parmi ces jeux d'aventure, 40% sont des jeux de rôle.

On choisit au hasard un jeu dans le stock et on définit les événements A : « *le jeu est un jeu d'aventure* » et R : « *le jeu est un jeu de rôle* ».

1) A l'aide des informations de l'énoncé, donner les valeurs de $P(\mathrm{A})$ et $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{R})$.

$P(A) = \dfrac{30}{75} = 0,4$ et $P_A(R) = 0,4$

2) Calculer $P(A \cap R)$.

$P(A \cap R) = P_A(R) \times P(A) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

Exercice 5 - Ex 24

Soit A et B deux événements tels que :

$$P(\mathrm{A}) = 0,2; P(\mathrm{B}) = 0,48 \text{ et } P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = 0,3.$$

1) Montrer que $P(A \cap B) = 0,06$.

$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,2 \times 0,3 = 0,06$

2) Calculer $P_B(\mathrm{A})$.

$P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,06}{0,48} = \dfrac{1}{8} = 0,125$

Exercice 6 - Ex 25

Soit A et B deux événements tels que :

$$P(\mathrm{A}) = 0,4; P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = 0,25 \text{ et } P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = 0,2.$$

1) Calculer $P(A \cap B)$.

$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,4 \times 0,25 = 0,1$

2) **a)** Exprimer $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ en fonction de $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ et $P(\mathrm{B})$.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

b) En déduire l'expression de $P(B)$ en fonction de $P(A \cap B)$ et $P_{\text{B}}(\text{A})$.

$$P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P_B(A)}$$

c) Déterminer alors la valeur de $P(B)$.

$$P(B) = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$$

Exercice 7 - Ex 46

Dans une entreprise, 30% des employés sont des hommes, 60% des employés sont des cadres et 12% des employés sont des cadres masculins. On choisit un employé au hasard et on considère les événements suivants :

- H : « *l'employé choisi est un homme* » ;
- C : « *l'employé choisi est un cadre* » ;

1) Interpréter à l'aide de probabilités les données numériques de l'énoncé.

$P(H) = 0,3 \qquad P(C) = 0,6 \qquad P(C \cap H) = 0,12$

2) **a)** Interpréter par une phrase la probabilité $P_{\text{H}}(\text{C})$.

$P_H(C)$ est la probabilité de choisir un cadre sachant que c'est un homme.

b) Calculer cette probabilité.

$$P_H(C) = \frac{P(C \cap H)}{P(H)} = \frac{0,12}{0,3} = 0,4$$

3) La personne choisie est un cadre.

a) Calculer la probabilité que cette personne soit un homme.

$$P_C(H) = \frac{P(C \cap H)}{P(C)} = \frac{0,12}{0,6} = 0,2$$

b) En déduire la probabilité qu'elle soit une femme.

$$P_C(\overline{H}) = 1 - P_C(H) = 1 - 0,2 = 0,8$$

Exercice 8 - Ex 47

On considère deux événements G et T tels que : $P(\text{G}) = 0,2; P(\text{ T}) = 0,4$ et $P(\text{G} \cap \text{T}) = 0,1$.

1) Calculer $P_G(\text{ T})$ et $P_{\text{T}}(\text{G})$.

$$P_G(T) = \frac{P(G \cap T)}{P(G)} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5 \text{ et } P_T(G) = \frac{P(G \cap T)}{P(T)} = \frac{0,1}{0,4} = 0,25$$

2) En déduire $P_G(\bar{T})$ et $P_{\text{T}}(\overline{\text{G}})$.

$P_G(\overline{T}) = 1 - P_G(T) = 1 - 0,5 = 0,5$
$P_T(\overline{G}) = 1 - P_T(G) = 1 - 0,25 = 0,75$

Exercice 9 - Ex 48

A et B désignent deux événements tels que : $P(\text{ A}) = 0,52; P(\text{ B}) = 0,65$ et $P(\text{ A} \cup \text{B}) = 0,91$.

1) **a)** Rappeler une formule liant $P(\text{ A}), P(\text{ B}), P(\text{ A} \cap \text{B})$ et $P(\text{ A} \cup \text{B})$.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ou $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

b) En déduire que $P(A \cap B) = 0,26$.

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,52 + 0,65 - 0,91 =$

2) Calculer $P_{\text{B}}(\text{A})$ et $P_{\text{A}}(\text{B})$.

$P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,26}{0,65} = 0,91$ et $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0,26}{0,52} = 0,5$

Exercice 10 - Ex 49 - Vrai/Faux

Indiquer si I'affirmation est vraie ou fousse, puis justifier. SiA et B sont deux événements tels que : $P(\text{ B}) = 0,5$ et $P(\text{ A} \cap \text{B}) = 0,4$ alors $P_{\text{B}}(\text{A}) = 0,2$.

$P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,4}{0,5} = 0,8 \neq 0,2$. Proposition fausse.

Exercice 11 - Ex 50

Parmi les abonnés à un opérateur de télévision, 90% ont souscrit au bouquet α Sport $\approx$, 40% ont souscrit au bouquet * Cinéma * et 30% ont souscrit aux deux bouquets. On appelle au hasard un des abonnés et on note :

- S : « *l'abonné a souscrit au bouquet Sport* » ;
- C : « *l'abonné a souscrit au bouquet Cinéma* » ;

1) Interpréter à l'aide de probabilités les données numériques de l'énoncé.

2) Calculer $P_{\text{s}}(\text{C})$ et interpréter le résultat.

3) L'abonné a souscrit au bouquet « *Cinéma* ».
Quelle est la probabilité qu'il ait aussi le bouquet guillemetsSport ?

Exercice 12 - Ex 51

Un sondage portant sur les clients d'un magasin au cours du mois écoulé révèle qu'en cas de litige, 40% d'entre eux préfèrent contacter le magasin par téléphone, tandis que les autres se rendent directement au magasin.
Deplus, 64% des dients sont des femmes et 16% des dients sont des femmes qui préfèrent contacter le magasin par téléphone. On choisit au hasard la fiche d'un des clients et on considère les événements :

- F : « *le client choisi est une femme* » ;

- T : « *le client choisi préfère téléphoner* » ;

1) Interpréter à l'aide de probabilités les données numériques de l'énoncé.

2) Recopier, puis compléter le tableau de probabilités ci-dessous.

	F	$\overline{\textbf{F}}$	Total
T	...	...	
$\overline{\text{T}}$	...	...	
Total	...	...	1

3) Sachant que le client choisi est une femme, quelle est la probabilité qu'elle préfère téléphoner ?

4) Le client choisi préfère téléphoner.
Quelle est la probabilité que ce soit un homme ?

Exercice 13 - Ex 52

Elisa et Yasmine font une partie de foot sur console. D'après les statistiques de la machine, Elisa choisit le FC Barcelone dans 15% des cas.
Lorsque cela arrive, Yasmine choisit le Real de Madrid dans 35% des cas. Lorsque Élisa ne choisit pas le FC Barcelone, Yasmine choisit le Real de Madrid dans 20% des cas.
On considère les événements suivants :

- B : « *Elisa joue avec le FC Barcelone* » ;
- R : « *Yasmine joue avec le Real de Madrid* ».

1) Traduire les données de l'énoncé sous forme de probabilités.

2) Calculer $P(\text{ B} \cap \text{R})$.

3) Calculer la probabilité que Élisa ne joue pas avec le FC Barcelone et que Yasmine ne joue pas avec le Real.

Exercice 14 - Ex 53

On considère deux événements D et K tels que :

$$P(\text{D}) = 0,2 \text{ et } P_{\bar{D}}(\text{ K}) = 0,375.$$

Calculer $P(\overline{\text{D}})$. En déduire $P(\overline{\text{D}} \cap \text{K})$.

Exercice 15 - Ex 54

On considère deux événements A et B tels que :

$$P(\text{ A}) = \frac{2}{5}, \quad P_{\text{A}}(\text{B}) = \frac{3}{4} \text{ et } P_{\text{B}}(\text{A}) = \frac{3}{7}.$$

a) Calculer $P(A \cap B)$.

b) Justifier que $P(B) = \frac{7}{10}$.

Exercice 16 - Ex 58

Dans une usine, deux machines produisent le même type de pièces. On choisit une pièce au hasard dans le stock produit et on considère les événements :

- A : « *la pièce choisie provient de la première machine* » ;
- B : « *la pièce choisie provient de la deuxième machine* » ;
- D : « *la pièce choisie est défectueuse* ».

On sait que $P(\text{ A}) = 0,45; P_{\text{A}}(\text{D}) = 0,02$ et $P_{\text{B}}(\text{D}) = 0,01$.

1) Calculer la valeur de $P(B)$.

2) Calculer $P(A \cap D)$, puis interpréter cette probabilité.

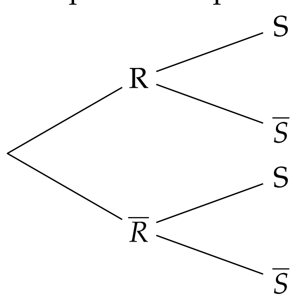
3) Calculer la probabilité que la pièce provienne de la seconde machine et qu'elle soit défectueuse.

Exercice 17 - Ex 31

On considère deux événements R et S associés à une expérience aléatoire tels que :

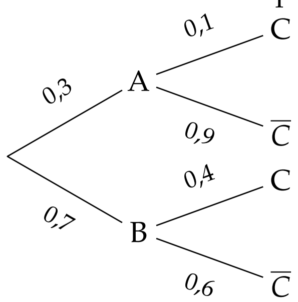
$$P(\text{R}) = 0,4; P(\overline{\text{R}}) = 0,6; P_{\text{R}}(\text{S}) = 0,3;$$
$$P_{\text{R}}(\overline{\text{S}}) = 0,7; P_{\overline{\text{R}}}(\text{S}) = 0,2 \text{ et } P_{\overline{R}}(\overline{\text{S}}) = 0,8.$$

Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



Exercice 18 - Ex 33

On considère l'arbre pondéré ci-dessous.



1) Donner la valeur des probabilités $P(\text{ A})$ et $P_{\text{A}}(\text{C})$.

2) Calculer la valeur de $P(A \cap C)$.

Exercice 19 - Ex 59

Lors d'un concert de k-pop (pop coréenne), on constate que 48% des spectateurs ont moins de 18 ans. Par ailleurs, 30% d'entre eux sont venus en transports en commun, contre 72% des spectateurs de plus de 18 ans.

On interroge au hasard un spectateur à la sortie du concert et on considère les événements :

- M : « *le spectateur a moins de 18 ans* » ;
- A : « *le spectateur a plus de 18 ans* » ;

- T : « *le spectateur est venu en transports en commun* ».

1) Traduire les données de l'énoncé à l'aide de probabilités.

2) Construire un arbre pondéré illustrant cette situation.

Exercice 20 - Ex 89

Un sondage sur leur pratique sportive est effectué auprès de touristes dans un club de vacances. Il révèle que 65% des vacanciers pratiquent la natation, et 20% d'entre eux pratiquent également le tennis. De plus, parmi les vacanciers qui ne pratiquent pas la natation, 40% font du tennis. On rencontre au hasard un vacancier et on considère les événements suivants :

- N : « *le vacancier pratique la natation* » ;
- T : « *le vacancier pratique le tennis* ».

1) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2) Calculer $P(N \cap T)$.

3) Montrer que $P(T) = 0,27$.

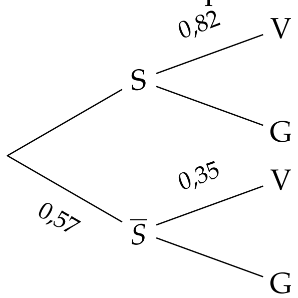
4) On rencontre un vacancier sur le court de tennis.
Quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il pratique également la natation ?

Exercice 21 - Ex 64

Dans un conservatoire, on demande aux étudiants leur instrument préféré. On interroge au hasard un étudiant du conservatoire et on note :

- S : « *L'étudiant connait le solfège* » ;
- V : « *l'étudiant préfère le violon* » ;
- G : « *l'étudiant préfère la guitare* ».

La situation est partiellement représentée par l'arbre pondéré ci-dessous.



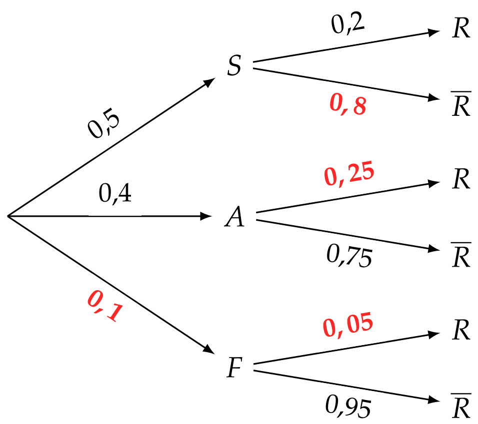
1) Indiquer la signification des nombres 0,57; 0,82 et 0,35 .

2) Recopier, puis compléter cet arbre pondéré.

3) Préciser les valeurs de $P_S(G)$ et $P_{\overline{S}}(G)$.

Exercice 22 - Ex 64

Pendant les vacances d'hiver, un magasin de sport propose du matériel de ski à la location.
La moitié des locations de la journée ont été des snowboards (S), 40% des skis alpins (A) et le reste des skis de fond (F). Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé (R). On choisit au hasard un des matériels qui a été loué dans la journée.
L'arbre pondéré ci-dessous représente cette situation.



1) **a)** Préciser la valeur de $P(\text{ S})$ et $P_{\text{S}}(\text{R})$, puis interpréter cette deuxième probabilité sous forme de phrase.

b) Calculer $P(\text{ S} \cap \text{R})$.

2) Recopier, puis compléter cet arbre.

3) Quelle est la probabilité que le matériel choisi soit des skis alpins qui nécessitent réparation ?

4) En utilisant les questions précédentes, recopier et compléter le tableau de probabilités ci-dessous.

	S	A	F	Total
R	...	...	...	
$\overline{R}$	...	...	...	...
Total	...	...	...	1

5) En déduire les probabilités $P_{\text{R}}(\text{A})$ et $P_{\overline{R}}(\text{S})$.
Arrondir à 0,001 près si nécessaire.

Exercice 23 - Ex 42

A et B sont deux événements indépendants de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire tels que $P(A) = 0,75$ et $P(B) = 0,48$. Calculer $P(A \cap B)$.

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,75 \times 0,48 = 0,36$

Exercice 24 - Ex 43

A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire. Dans chacun des cas suivants, déterminer si les événements A et B sont indépendants.

a) $P(\text{ A}) = 0,5; P(\text{ B}) = 0,2$ et $P(\text{ A} \cap \text{B}) = 0,7$.

$P(A) \times P(B) = 0,5 \times 0,2 = 0,1 \neq P(A \cap B)$. Les événements ne sont pas indépendants.

b) $P(A) = 0,3; P(B) = 0,5$ et $P_B(A) = 0,3$.

$P_B(A) = P(A)$ donc les événements sont indépendants.

c) $P(\text{ A}) = 0,4; P(\text{ B}) = 0,5$ et $P(\text{ A} \cap \text{B}) = 0,2$.

$P(A) \times P(B) = 0,4 \times 0,5 = 0,2 = P(A \cap B)$. Les événements sont indépendants.

Exercice 25 - Ex 44

A et B désignent deux événements tels que $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,4$. Calculer $P(A \cap B)$ dans chacun des cas suivants :

a) A et B sont indépendants.

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$

b) A et B sont incompatibles.

$P(A \cap B) = 0$

Exercice 26 - Ex 45

A et B sont deux événements indépendants de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire tels que :

$$P(A) = 0,4 \text{ et } P(A \cap B) = 0,32.$$

Calculer $P(\text{ B})$.

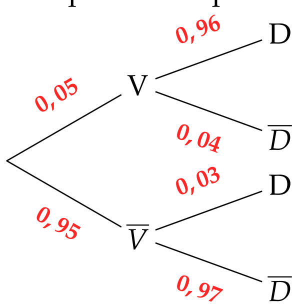
$$P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,32}{0,4} = 0,8$$

Exercice 27 - Ex 71

Dans un lycée, la probabilité qu'un ordinateur soit infecté par un virus durant la journée est 0,05 . Tous les soirs, un logiciel antivirus analyse les ordinateurs du lycée. Si un virus est présent, alors l'antivirus indique sa présence dans 96% des cas. S'il n'y a pas de virus, ce logiciel indique néanmoins la présence d'un virus dans 3% des cas. On s'installe au hasard devant un des ordinateurs du lycée. On note les événements suivants :

- V : « *l'ordinateur est infecté par un virus* » ;
- D : « *le logiciel antivirus a détecté un virus* ».

1) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2) **a)** Calculer $P(V \cap D)$, puis interpréter le résultat.

$P(V \cap D) = P(V) \times P_V(D) = 0,05 \times 0,96 = 0,048$
Il s'agit de la probabilité qu'il y ait un virus et qu'il soit détecté.

b) Calculer la probabilité que l'ordinateur n'ait pas de virus, mais que le logiciel en indique tout de même un.

$P(\overline{V} \cap D) = P(\overline{V}) \times P_{\overline{V}}(D) = 0,95 \times 0,03 = 0,0285$

3) En déduire la probabilité que l'ordinateur indique la présence d'un virus.

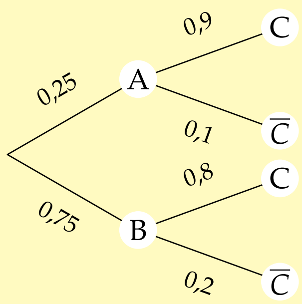
$P(D) = P(V \cap D) + P(\overline{V} \cap D) = 0,048 + 0,0285 = 0,0765$

Exercice 28 - Ex 72

Pour fabriquer sa confiture de fraises bio, un artisan se fournit exclusivement auprès de deux producteurs locaux : « *Aux Fraises* » et « *La bonne Fraise* ».
« *Aux Fraises* » fournit 25% des fruits utilisés par l'artisan, dont 90% sont gardés pour la fabrication de confiture (le reste est mis au compost). 80% des fruits foumis par « *La bonne Fraise* » sont gardés pour la fabrication de confiture.
On choisit une barquette de fraises au hasard dans le stock et on considère les événements :

- A : « *les fruits proviennent de Aux Fraises* » ;
- B : « *les fruits proviennent de La Bonne Fraise* » ;
- C : « *les fruits sont retenus pour la fabrication de confiture* ».

1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.



2) **a)** Définir par une phrase l'événement $A \cap C$.

$A \cap C$ est la probabilité de choisir une barquette de fraise provenant de « *Aux Fraises* » et servant à la confiture.

b) Calculer la probabilité de cet événement.

$P(A \cap C) = P(A) \times P_A(C) = 0,25 \times 0,9 = 0,225$

c) Les événements A et C sont-ils incompatibles ?

$P(A \cap C) \neq 0$ donc les événements ne sont pas incompatibles.

3) Justifier que $P(C) = 0,825$.

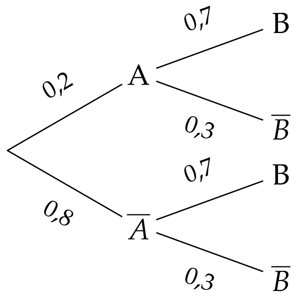
$P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) = P(A) \times P_A(C) + P(B) \times P_B(C) = 0,225 + 0,75 \times 0,8 = 0,825$

4) Calculer $P_C(A)$, puis interpréter la réponse.

$P_C(A) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(C)} = \dfrac{0,225}{0,825} \approx 0,27$
Il s'agit de la probabilité que la barquette vienne de « *Aux Fraises* » sachant qu'elle a servie à la confiture.

Exercice 29 - Ex 78

On considère l'arbre pondéré ci-dessous.



1) **a)** Calculer $P(A \cap B)$.

$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,2 \times 0,7 = 0,14$

b) Déterminer la probabilité de l'événement B en justifiant.

$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) = 0,14 + 0,8 \times 0,7 = 0,7$

2) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$P(A) \times P(B) = 0,2 \times 0,7 = 0,14 = P(A \cap B)$ donc les événements sont indépendants.

Exercice 30 - Ex 79

On choisit au hasard un vélo en libre-service. Soit C l'événement « *le vélo a un pneu crevé* » et F l'événement « *le vélo freine mal* ». On admet que les événements C et F sont indépendants. De plus, $P(\mathrm{C}) = 0,03$ et $P(\mathrm{F}) = 0,05$.

1) Interpréter par une phrase l'événement $\mathrm{C} \cap \mathrm{F}$ puis calculer sa probabilité.

$\mathrm{C} \cap \mathrm{F}$ correspond à l'événement « *le vélo a un pneu crevé et il freine mal* ».
$P(C \cap F) = P(C) \times P(F) = 0,03 \times 0,05 = 0,0015$

2) **a)** Calculer la probabilité que le vélo ait au moins une panne.

$P(C \cup F) = P(C) + P(F) - P(C \cap F) = 0,03 + 0,05 - 0,0015 = 0,0785$

b) En déduire la probabilité qu'il soit en état de marche.

$P(\overline{C \cup F}) = 1 - P(C \cup F) = 1 - 0,0785 = 0,9215$

Exercice 31 - Ex 84

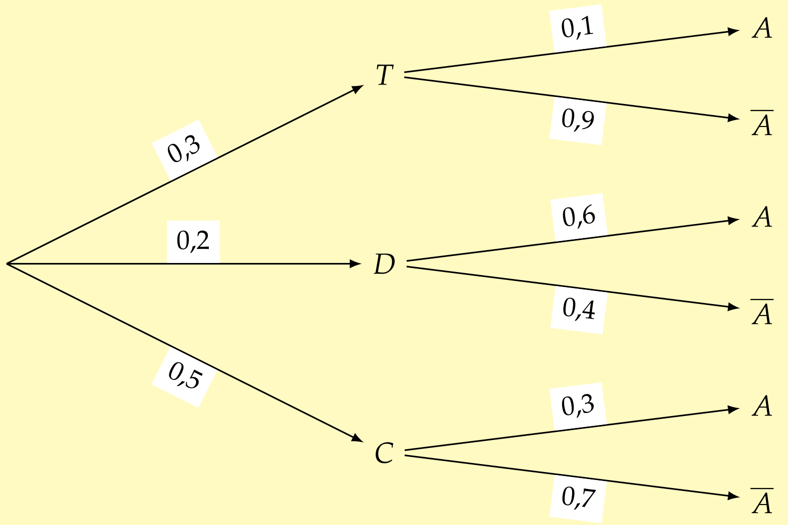
Un centre culturel propose différents types de spectacles au cours de l'année. 30% sont des pièces de théâtre, 20% sont des spectacles de danse et les autres sont des concerts. De plus, 10% des pièces de théâtre, 60% des spectacles de danse et 30% des concerts se déroulent en plein air.
Lors d'une loterie, une personne gagne une place choisie au hasard parmi tous les spectacles proposés.
On note les événements suivants :

- T : « *le spectacle est une pièce de théâtre* » ;
- D : « *le spectacle est un spectacle de danse* » ;
- C : « *le spectacle est un concert* » ;
- A : « *le spectacle se déroule en plein air* ».

1) **a)** Donner les probabilités $P(\mathrm{T})$, $P(\mathrm{D})$ et $P_{\mathrm{D}}(\mathrm{A})$.

$P(T) = 0,3 \qquad P(D) = 0,2 \qquad P_D(A) = 0,6$

b) Construire un arbre pondéré modélisant cette situation.



2) Calculer $P(\text{D} \cap \text{A})$.

$P(D \cap A) = P(D) \times P_D(A) = 0,2 \times 0,6 = 0,12$

3) Montrer que $P(\text{ A}) = 0,3$.

$P(A) = P(T \cap A) + P(D \cap A) + P(C \cap A) = 0,3 \times 0,1 + 0,2 \times 0,6 + 0,5 \times 0,3 = 0,3$

4) Le spectacle se joue en plein air.
Quelle est la probabilité que ce soit un spectacle de danse ?

$$P_A(D) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,3} = 0,4$$

5) Les événements A et C sont-ils indépendants ?
Intepréter la réponse dans le contexte de l'énoncé.

$P(A) \times P(C) = 0,3 \times 0,5 = 0,15$ et $P(A \cap C) = 0,5 \times 0,3 = 0,15 = P(A) \times P(C)$.
Les événements sont indépendants. La probabilité que le spectacle se joue en plein air ne dépend pas de la probabilité que ce soit un concert.

Exercice 32 - Ex 94

Au départ de Marseille, le capitaine d'un bateau de croisière fait le point sur les passagers embarqués. 32% des passagers sont français et 68% sont étrangers. De plus, 70% des passagers français et 30% des étrangers ont choisi l'excursion en option dans les rues de Barcelone, ville de la prochaine escale. On rencontre au hasard un des passagers lors de l'excursion à Barcelone. Quelle est la probabilité pour que ce soit un Français ? Arrondir à 10^{-3} près.

$P(B) = 0,32 \times 0,7 + 0,68 \times 0,3 = 0,428$
$P(F \cap B) = 0,32 \times 0,7 = 0,224$
$$P_B(F) = \frac{P(F \cap B)}{P(B)} = \frac{0,224}{0,428} \approx 0,523$$

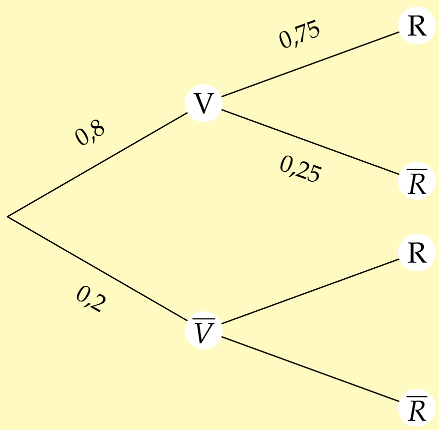
Exercice 33 - Ex 100

On a questionné des élèves de Terminale sur leur activité sur internet : 70% d'entre eux aiment poster sur les réseaux sociaux, 80% d'entre eux aiment regarder des vidéos.

Parmi les élèves qui aiment regarder des vidéos, 75% aiment aussi poster sur les réseaux sociaux. On rencontre au hasard un des élèves et on considère les événements :

- V : « *l'élève rencontré aime regarder des vidéos* » ;
- R : « *l'élève rencontré aime poster sur les réseaux sociaux* ».

1) Établir un arbre pondéré incomplet qui modélise cette situation.



2) **a)** Calculer la probabilité $P(\text{ V} \cap \text{R})$.

$P(V \cap R) = P(V) \times P_V(R) = 0,8 \times 0,75 = 0,6$

b) En déduire que $P(\overline{V} \cap \text{R}) = 0,1$.

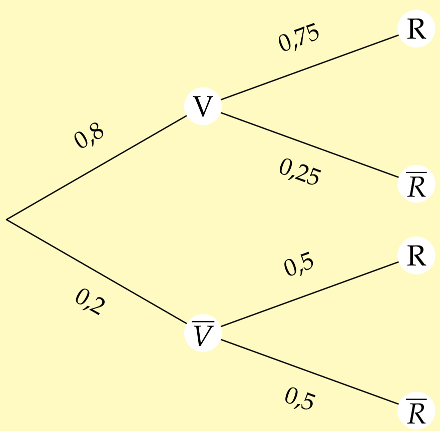
$P(\overline{V} \cap R) = P(R) - P(V \cap R) = 0,7 - 0,6 = 0,1$

3) L'élève rencontré n'aime pas regarder des vidéos.

a) Calculer la probabilité qu'il aime poster sur les réseaux sociaux.

$$P_{\overline{V}}(R) = \frac{P(\overline{V} \cap R)}{P(\overline{V})} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$$

b) Compléter l'arbre pondéré.

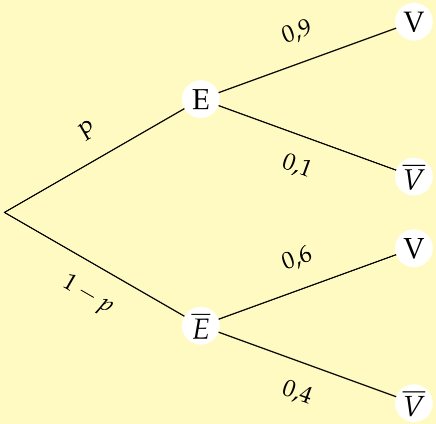


Exercice 34 - Ex 103

Agnès se déplace à vélo ou en transports en commun. Lorsque la journée est ensoleillée, elle se déplace en vélo 9 fois sur 10. Sinon, elle ne se déplace en vélo que 6 fois sur 10 . La probabilité qu'une journée soit ensoleillée, dans la ville où elle habite, est notée p. Pour une joumée donnée, on note :

- E l'événement « *la journée est ensoleillée* » ;
- V l'événement « *Agnès se déplace en vélo* ».

1) Construire l'arbre pondéré représentant la situation.



2) Montrer que la probabilité qu'Agnès se déplace en vélo lors d'une journée donnée est $P(\text{ V}) = 0,3\text{p} + 0,6$.

$P(V) = P(E \cap V) + P(\overline{E} \cap V) = p \times 0,9 + (1-p) \times 0,6 = 0,9p + 0,6 - 0,6p = 0,3p + 0,6$

3) On constate que dans $67,5\%$ des cas, c'est en vélo que Agnès se déplace entre son domicile et son lieu de travail.

a) Calculer la valeur de p.

$P(V) = 0,675 \iff 0,3p + 0,6 = 0,675 \iff 0,3p = 0,075 \iff p = 0,25$

b) Sachant qu'Agnès s'est déplacée en vélo, montrer que la probabilité que la journée soit ensoleillée est $\frac{1}{3}$.

$$P_V(E) = \frac{P(E \cap V)}{P(V)} = \frac{0,9 \times p}{0,675} = \frac{0,225}{0,675} = \frac{1}{3}$$