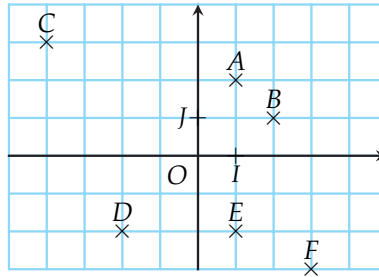


Chapitre 1

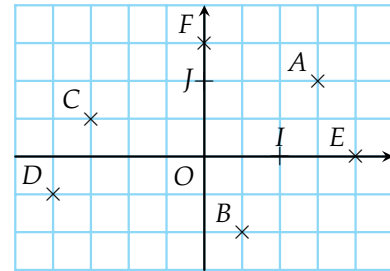
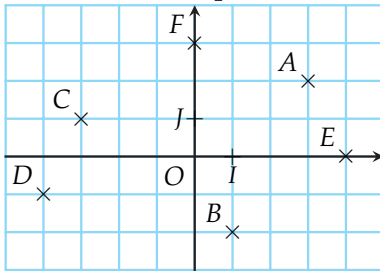
Correction Exercices obligatoires - Repérage

Exercice 1 - Exercice 52 p 303

Lire les coordonnées des points A, B, C, D, E et F.



- | | | |
|------------|--------------|-------------|
| • $A(1;2)$ | • $C(-4;3)$ | • $E(1;-2)$ |
| • $B(2;1)$ | • $D(-2;-2)$ | • $F(3;-3)$ |

Exercice 2 - Exercice 53 p 303 Lire les coordonnées des points A, B, C, D, E et F, dans les 2 cas ci-dessous

- | | |
|-------------|--------------|
| • $A(3;2)$ | • $D(-4;-1)$ |
| • $B(1;-2)$ | • $E(4;0)$ |
| • $C(-3;1)$ | • $F(0;3)$ |

- | | |
|-----------------|----------------|
| • $A(1,5;1)$ | • $D(-2;-0,5)$ |
| • $B(0,5;-1)$ | • $E(2;0)$ |
| • $C(-1,5;0,5)$ | • $F(0;1,5)$ |

Exercice 3 - Exercice 57 p 3031) Placer le point $A(2; -1)$ puis lire graphiquement les coordonnées des points :

- a) A_1 symétrique de A par rapport à O
- b) A_2 symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses,
- c) A_3 symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées.

- | |
|---|
| • a) Le point A_1 est le symétrique de A par rapport à O. Les coordonnées de A_1 sont $(-2;1)$. |
| • b) Le point A_2 est le symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses. Les coordonnées de A_2 sont $(2;1)$. |
| • c) Le point A_3 est le symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées. Les coordonnées de A_3 sont $(-2;-1)$. |

2) Reprendre la question 1. pour un point $A(x;y)$.

- | |
|--|
| • a) Le point A_1 est le symétrique de A par rapport à O. Les coordonnées de A_1 sont $(-x;-y)$. |
| • b) Le point A_2 est le symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses. Les coordonnées de A_2 sont $(x;-y)$. |

- c) Le point A3 est le symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées. Les coordonnées de A3 sont $(-x; y)$.

Exercice 4 - Exercice 61 p 303

Calculer les coordonnées du milieu K de [AB].

- 1) A(2;3) et B(6;-1)
- 2) A(12;1) et B(-2;5)

Les coordonnées du milieu K de [AB] se calculent avec la formule suivante :

$$K \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Pour les points donnés :

- 1) Pour A(2;3) et B(6;-1) :

$$K \left(\frac{2+6}{2}, \frac{3+(-1)}{2} \right) = K(4;1)$$

- 2) Pour A(12;1) et B(-2;5) :

$$K \left(\frac{12+(-2)}{2}, \frac{1+5}{2} \right) = K(5;3)$$

Exercice 5 - Exercice 62 p 303

On considère les points A(-2;4), B(1;3), C(-1;1) et D(2;0).

- 1) Calculer les coordonnées du milieu I de [AD].
- 2) Calculer les coordonnées du milieu J de [BC].
- 3) Qu'en déduit-on?

Les coordonnées du milieu se calculent avec la formule suivante :

$$M \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Pour les points donnés :

- 1) Pour A(-2;4) et D(2;0) :

$$I \left(\frac{-2+2}{2}, \frac{4+0}{2} \right) = I(0;2)$$

- 2) Pour B(1;3) et C(-1;1) :

$$J \left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{3+1}{2} \right) = J(0;2)$$

- 3) On en déduit que les milieux des segments [AD] et [BC] sont les mêmes, donc les segments [AD] et [BC] se coupent en leur milieu.

Exercice 6 - Exercice 13 p 323

Calculer AB avec :

- 1) A(-4;-3) et B(8;2)

La distance entre deux points A(x_A, y_A) et B(x_B, y_B) se calcule avec la formule suivante :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(8 - (-4))^2 + (2 - (-3))^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

- 2) A(2;-1) et B(-2;1)

$$AB = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

3) $A(1, 4; 0)$ et $B(3; 1, 2)$

$$AB = \sqrt{(3 - 1, 4)^2 + (1, 2 - 0)^2} = \sqrt{1, 6^2 + 1, 2^2} = \sqrt{2, 56 + 1, 44} = \sqrt{4} = 2$$

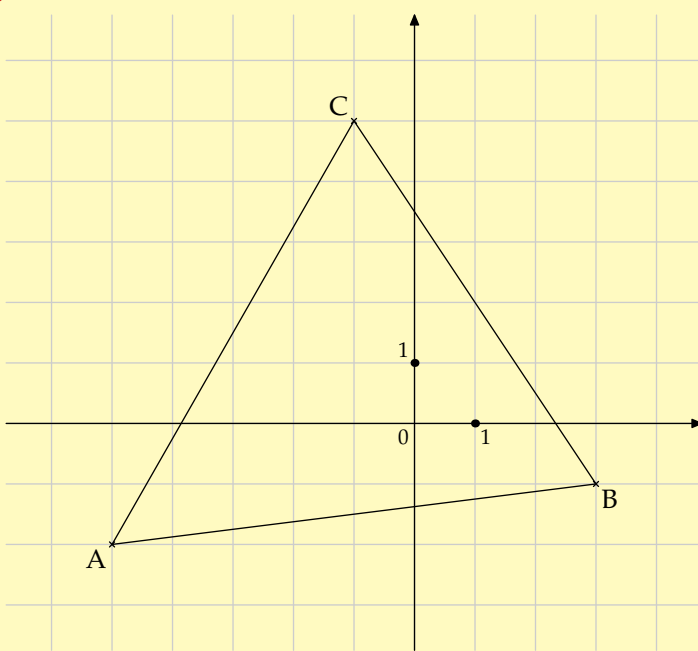
4) $A(2, 1; 2)$ et $B(-4; 2)$

$$AB = \sqrt{(-4 - 2, 1)^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{(-6, 1)^2 + 0^2} = \sqrt{37, 21} = 6, 1$$

Exercice 7 - Exercice 14 p 323

Étudier la nature des triangles ABC avec :

1) $A(-5; -2)$, $B(3; -1)$ et $C(-1; 5)$



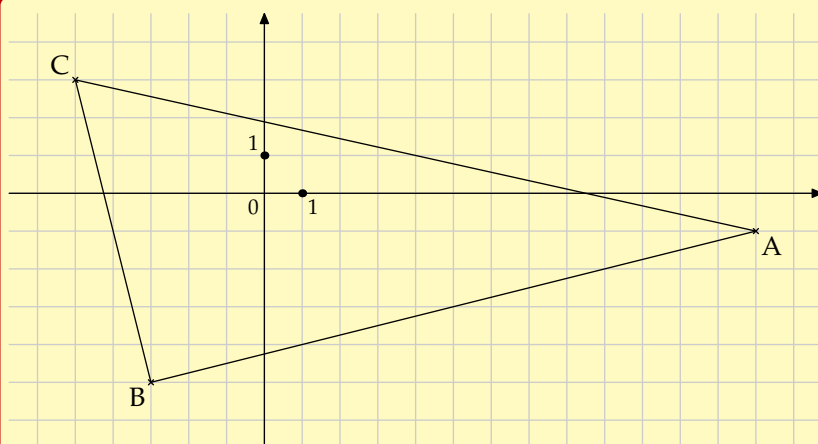
$$AB = \sqrt{(3 - (-5))^2 + (-1 - (-2))^2} = \sqrt{8^2 + 1^2} = \sqrt{64 + 1} = \sqrt{65}$$

$$BC = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (5 - (-1))^2} = \sqrt{(-4)^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}$$

$$AC = \sqrt{(-1 - (-5))^2 + (5 - (-2))^2} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$$

Le triangle ABC est isocèle car $AB = AC$.

2) $A(13; -1)$, $B(-3; -5)$ et $C(-5; 3)$



$$AB = \sqrt{(-3 - 13)^2 + (-5 - (-1))^2} = \sqrt{(-16)^2 + (-4)^2} = \sqrt{256 + 16} = \sqrt{272}$$

$$BC = \sqrt{(-5 - (-3))^2 + (3 - (-5))^2} = \sqrt{(-2)^2 + 8^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68}$$

$$AC = \sqrt{(-5 - 13)^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{(-18)^2 + 4^2} = \sqrt{324 + 16} = \sqrt{340}$$

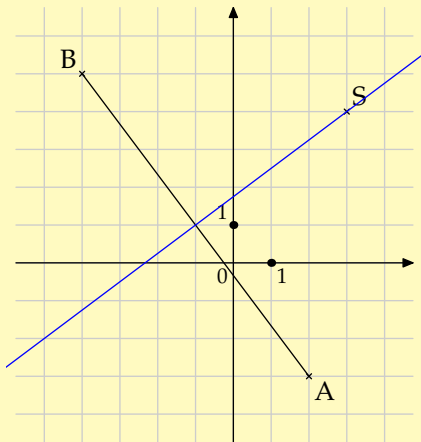
On utilise la réciproque du théorème de Pythagore pour voir si le triangle est rectangle.

$$AC^2 = 340 \text{ et } AB^2 + BC^2 = 272 + 68 = 340$$

On voit que $AC^2 = AB^2 + BC^2$. L'égalité de Pythagore est vérifiée, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 8 - Exercice 15 p 323

- 1) Placer les points $A(2; -3)$ et $B(-4, 5)$.
- 2) Construire la médiatrice (d) du segment $[AB]$.
- 3) Le point $S(3; 4)$ appartient-il à (d) ? Et $T(20; 17)$?



Pour déterminer si un point appartient à la médiatrice d'un segment, il doit être équidistant des deux extrémités du segment.

$$AS = \sqrt{(3 - 2)^2 + (4 - (-3))^2} = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50}$$

$$BS = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (4 - 5)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50}$$

Le point S appartient à (d) car $SA = SB$.

$$AT = \sqrt{(20 - 2)^2 + (17 - (-3))^2} = \sqrt{18^2 + 20^2} = \sqrt{324 + 400} = \sqrt{724}$$

$$BT = \sqrt{(20 - (-4))^2 + (17 - 5)^2} = \sqrt{24^2 + 12^2} = \sqrt{576 + 144} = \sqrt{720}$$

Le point T n'appartient pas à (d) car $TA \neq TB$.

Exercice 9 - Exercice 18 p 323

Soit $\Omega(3; 2)$, $A(6, 5; 10)$ et $B(-4, 5; -2, 5)$. Le point B appartient-il au cercle \mathcal{C} de centre Ω passant par A ?

Pour vérifier si un point appartient à un cercle, il faut que la distance entre ce point et le centre du cercle soit égale au rayon du cercle.

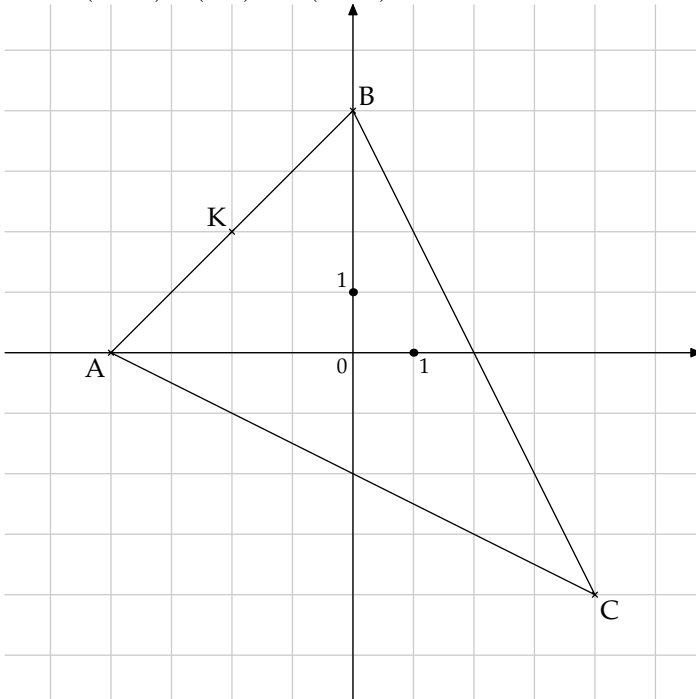
Calculons la distance ΩA :

$$\Omega A = \sqrt{(6,5 - 3)^2 + (10 - 2)^2} = \sqrt{3,5^2 + 8^2} = \sqrt{12,25 + 64} = \sqrt{76,25}$$

Calculons la distance ΩB :

$$\Omega B = \sqrt{(-4,5 - 3)^2 + (-2,5 - 2)^2} = \sqrt{(-7,5)^2 + (-4,5)^2} = \sqrt{56,25 + 20,25} = \sqrt{76,5}$$

Les distances ΩA et ΩB ne sont pas égales, donc le point B n'appartient pas au cercle de centre Ω passant par A .

Exercice 10 - Exercice 19 p 323Soit $A(-4;0)$, $B(0;4)$ et $C(4;-4)$.

- 1) a) Déterminer la nature du triangle ABC .

On calcule les longueurs des 3 côtés du triangle :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(0 - (-4))^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4 - (-4))^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4 - 0)^2 + (-4 - 4)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

On voit que $AC = BC \neq AB$ donc le triangle ABC est isocèle en C

- b) Calculer son aire (en unité d'aire).

Soit K le milieu de $[AB]$. On a $x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-4 + 0}{2} = -2$ et $y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2$

On peut maintenant calculer la longueur KC :

$$KC = \sqrt{(x_C - x_K)^2 + (y_C - y_K)^2} = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (-4 - 2)^2} = \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

On peut maintenant calculer l'Aire :

$$\text{Aire} = \frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{AB \times KC}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = 24 \text{ ua.}$$

- 2) En exprimant son aire d'une autre façon, calculer la hauteur issue de B dans le triangle ABC .

Soit H le pied de la hauteur issue de B .

$$\text{Aire} = \frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{AC \times BH}{2}$$

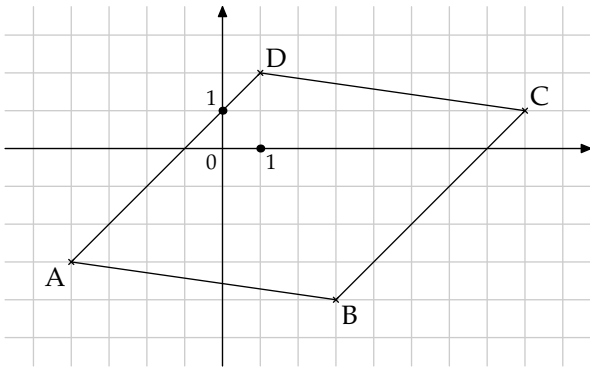
On sait que l'aire est de 24 ua. Donc :

$$24 = \frac{\sqrt{80} \times BH}{2} \iff 48 = \sqrt{80} \times BH \iff BH = \frac{48}{\sqrt{80}} = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

Exercice 11 - Exercice 20 et 21 p 323

Émettre une conjecture sur la nature du quadrilatère $ABCD$ puis la démontrer :

- 1) $A(-4;-3)$, $B(3;-4)$, $C(8;1)$, $D(1;2)$.



Milieu de $[AC]$: Les coordonnées du milieu M de $[AC]$ sont données par :

$$M \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right)$$

$$M \left(\frac{-4 + 8}{2}; \frac{-3 + 1}{2} \right) = M(2; -1)$$

Milieu de $[BD]$: Les coordonnées du milieu N de $[BD]$ sont données par :

$$N \left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2} \right)$$

$$N \left(\frac{3 + 1}{2}; \frac{-4 + 2}{2} \right) = N(2; -1)$$

Les milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont identiques, donc les diagonales se coupent en leur milieu, donc ABCD est un parallélogramme.

On va maintenant calculer la longueur de 2 côtés consécutifs :

Longueur de $[AB]$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (-4 - (-3))^2} = \sqrt{(3 + 4)^2 + (-4 + 3)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

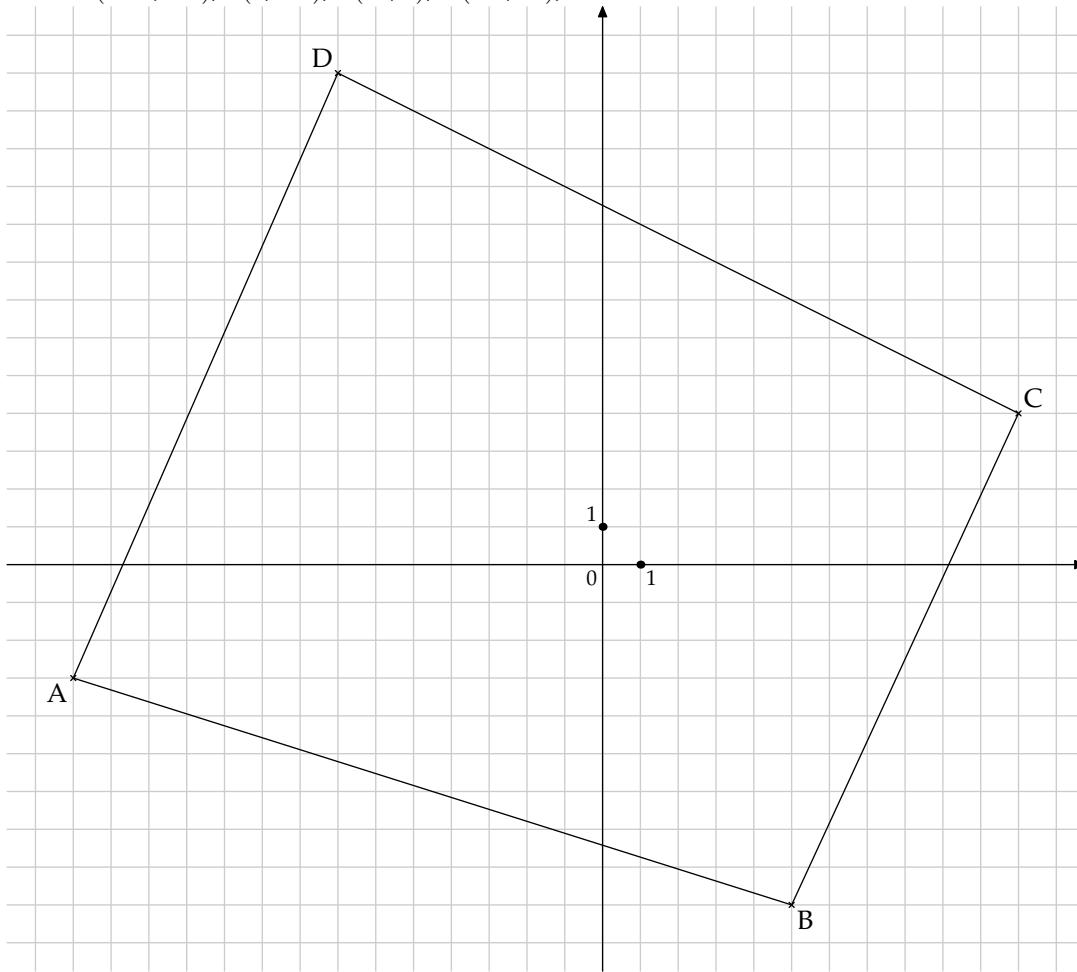
Longueur de $[BC]$:

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(8 - 3)^2 + (1 - (-4))^2} = \sqrt{(8 - 3)^2 + (1 + 4)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Les 2 côtés consécutifs ont la même longueur. Donc ABCD est un losange.

2) $A(-14; -3), B(5; -9), C(11; 4), D(-7; 13)$,



Calculons les coordonnées des milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

Milieu de $[AC]$: Les coordonnées du milieu M de $[AC]$ sont données par :

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{-14 + 11}{2}; \frac{-3 + 4}{2}\right) = M\left(\frac{-3}{2}, \frac{1}{2}\right) = M(-1,5; 0,5)$$

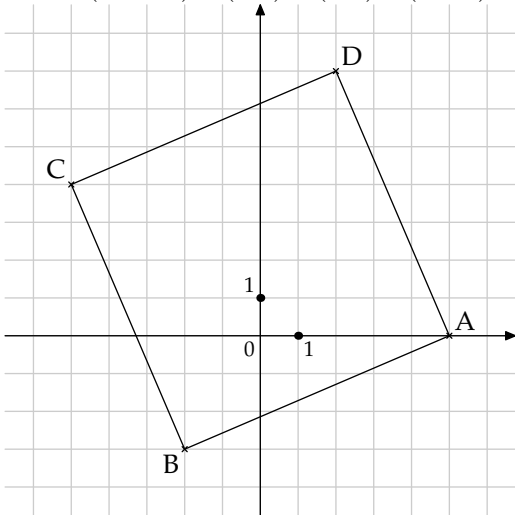
Milieu de $[BD]$: Les coordonnées du milieu N de $[BD]$ sont données par :

$$N\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2}\right)$$

$$N\left(\frac{5 + (-7)}{2}; \frac{-9 + 13}{2}\right) = N\left(\frac{-2}{2}, \frac{4}{2}\right) = N(-1; 2)$$

Les milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ne sont pas les mêmes, donc $ABCD$ est un quadrilatère quelconque.

3) $B(-2; -3), A(5;0), D(2;7), C(-5;4),$



Calculons les coordonnées des milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

Milieu de $[AC]$: Les coordonnées du milieu M de $[AC]$ sont données par :

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{5 + (-5)}{2}; \frac{0 + 4}{2}\right) = M(0; 2)$$

Milieu de $[BD]$: Les coordonnées du milieu N de $[BD]$ sont données par :

$$N\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2}\right)$$

$$N\left(\frac{-2 + 2}{2}; \frac{-3 + 7}{2}\right) = N(0; 2)$$

Les milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont identiques, donc les diagonales se coupent en leur milieu, donc ABCD est un parallélogramme.

Calculons les longueurs des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ pour vérifier si elles sont égales.

Longueur de $[AC]$: La longueur AC est donnée par la formule de la distance entre deux points :

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-5 - 5)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{(-10)^2 + 4^2} = \sqrt{100 + 16} = \sqrt{116} = 2\sqrt{29}$$

Longueur de $[BD]$: La longueur BD est donnée par la même formule :

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$$

$$BD = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (7 - (-3))^2} = \sqrt{(2 + 2)^2 + (7 + 3)^2} = \sqrt{4^2 + 10^2} = \sqrt{16 + 100} = \sqrt{116} = 2\sqrt{29}$$

Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ font la même longueur, donc ABCD est un rectangle.

On va maintenant calculer la longueur de 2 côtés consécutifs :

Longueur de $[AB]$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-2 - 5)^2 + (-3 - 0)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-3)^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$$

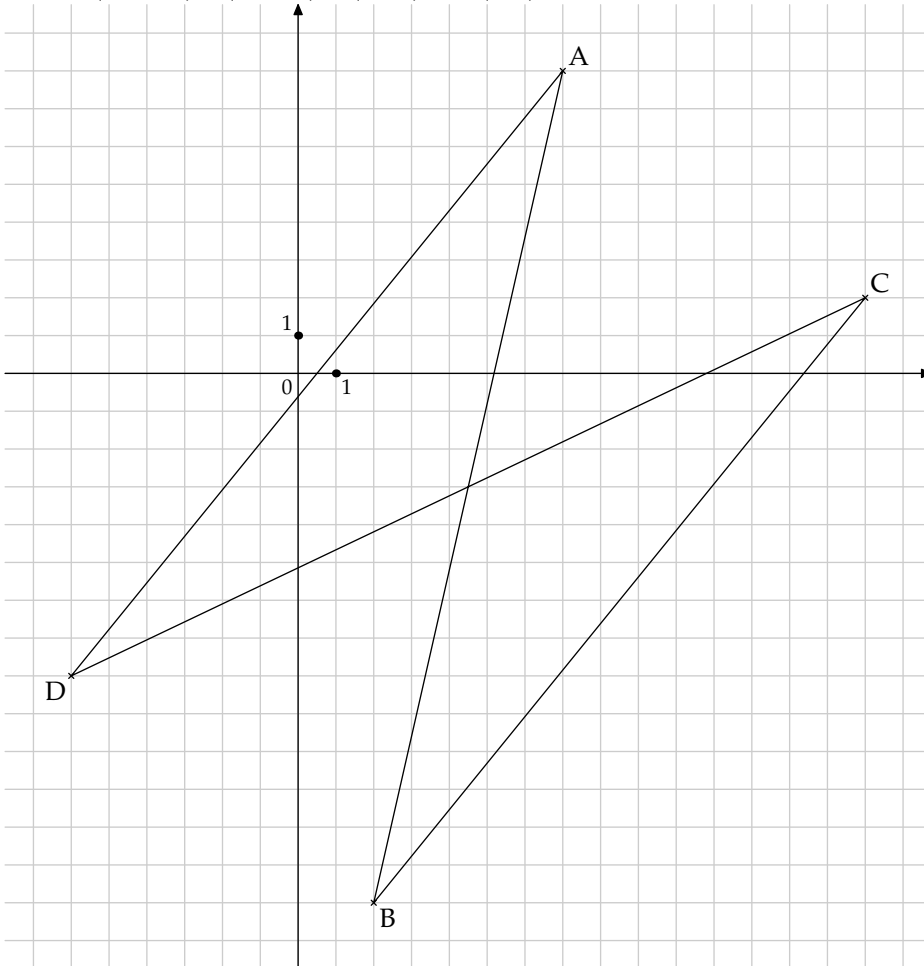
Longueur de $[BC]$:

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(-5 - (-2))^2 + (4 - (-3))^2} = \sqrt{(-5 + 2)^2 + (4 + 3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 7^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$$

ABCD a 2 côtés consécutifs égaux c'est donc également un losange. ABCD est donc un carré puisqu'il est à la fois un rectangle et un losange

4) $D(-6; -8), B(2; -14), C(15; 2)$ et $A(7; 8)$.



Calculons les coordonnées des milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

Milieu de $[AC]$: Les coordonnées du milieu M de $[AC]$ sont données par :

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{7 + 15}{2}; \frac{8 + 2}{2}\right) = M\left(\frac{22}{2}; \frac{10}{2}\right) = M(11; 5)$$

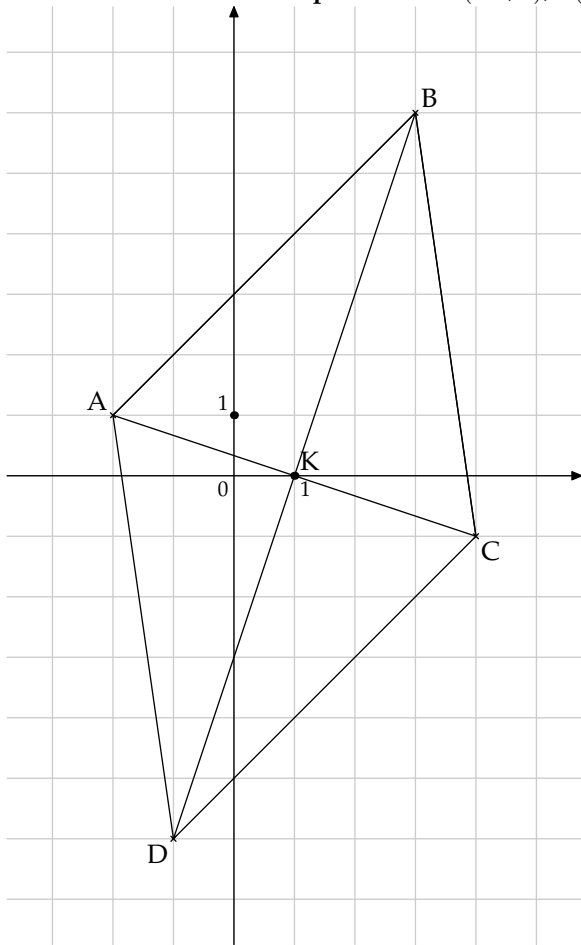
Milieu de $[BD]$: Les coordonnées du milieu N de $[BD]$ sont données par :

$$N\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2}\right)$$

$$N\left(\frac{2 + (-6)}{2}; \frac{-14 + (-8)}{2}\right) = N\left(\frac{-4}{2}; \frac{-22}{2}\right) = N(-2; -11)$$

Les milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ne sont pas les mêmes, donc ABCD est un quadrilatère quelconque.

Exercice 12 - Exercice 23 p 323 Soit $A(-2;1), B(3;6), C(4;-1)$.



1) Montrer que le triangle ABC est isocèle.

Calculons les distances AB , BC et AC :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (6 - 1)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4 - 3)^2 + (-1 - 6)^2} = \sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

On constate que $AB = BC = 5\sqrt{2} \neq AC$, donc le triangle ABC est isocèle en B .

2) Déterminer les coordonnées du milieu K de $[AC]$.

Les coordonnées du milieu K de $[AC]$ sont données par :

$$K \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right) = K \left(\frac{-2 + 4}{2}; \frac{1 + (-1)}{2} \right) = K(1; 0)$$

3) Déterminer les coordonnées du symétrique D de B par rapport à K .

Si D est le symétrique de B par rapport à K cela signifie que K est le milieu de $[BD]$, donc :

$$x_K = \frac{x_B + x_D}{2} \iff 1 = \frac{3 + x_D}{2} \iff 2 = 3 + x_D \iff x_D = -1$$

$$y_K = \frac{y_B + y_D}{2} \iff 0 = \frac{6 + y_D}{2} \iff 0 = 6 + y_D \iff y_D = -6$$

Donc $D(-1; -6)$.

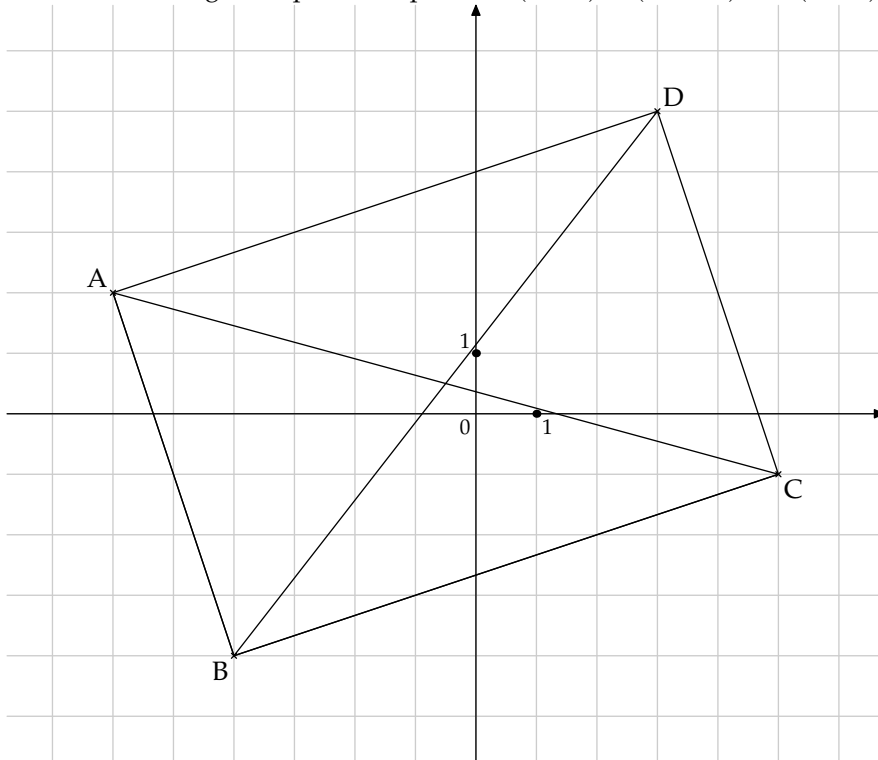
4) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

On sait que K est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$.
 Les 2 diagonales se coupent donc en leur milieu et $ABCD$ est donc un parallélogramme.
 On sait également que $AB = BC = 5\sqrt{2}$.
 Le parallélogramme $ABCD$ a donc 2 côtés consécutifs égaux.
 $ABCD$ est donc un losange.

Exercice 13 - Nature d'un quadrilatère

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

- 1) Faire une figure et placer les points $A(-6; 2)$, $B(-4; -4)$ et $C(5; -1)$.



- 2) Calculer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

Pour qu' $ABCD$ soit un parallélogramme il faut que les diagonales aient le même milieu.

Soit K milieu de $[AC]$ et de $[BD]$.

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-6 + 5}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2}$$

- 3) Conjecturer la nature du quadrilatère $ABCD$.

$ABCD$ semble être un rectangle

- 4) a) Calculer les distances AC et BD .

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(5 - (-6))^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{11^2 + (-3)^2} = \sqrt{121 + 9} = \sqrt{130}$$

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (5 - (-4))^2} = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130}$$

- b) Justifier alors la conjecture faite en 3.

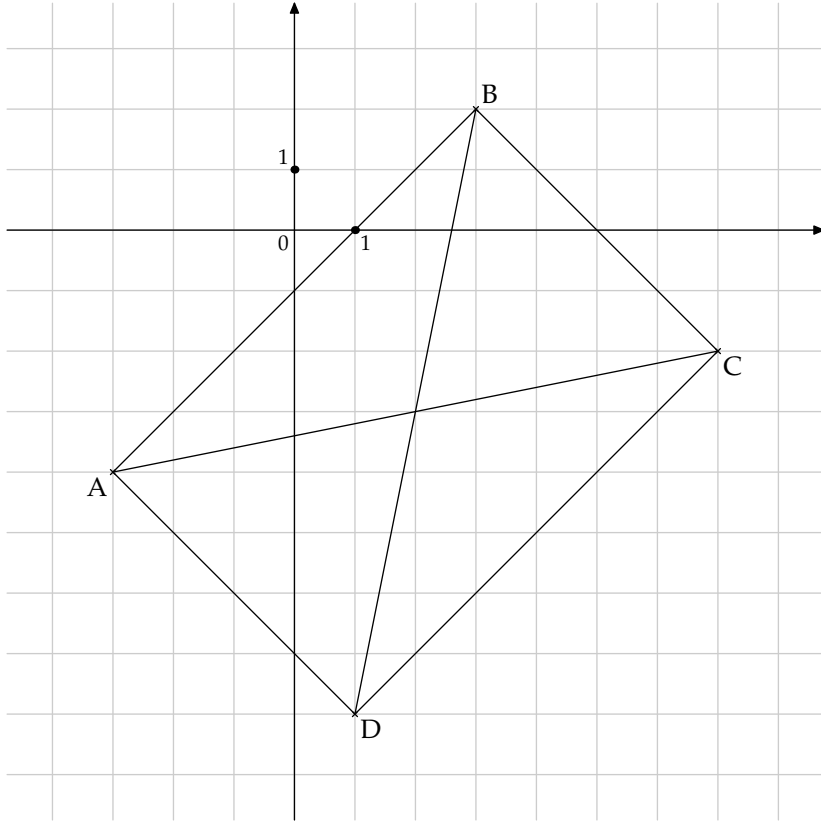
Les 2 diagonales font la même longueur, $ABCD$ est donc un rectangle car un parallélogramme qui a des diagonales de même longueur est un rectangle

- 5) Calculer les coordonnées du point M milieu du segment $[BC]$.

Les coordonnées du milieu M de $[BC]$ sont données par :

$$M\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right) = M\left(\frac{-4 + 5}{2}; \frac{-4 + (-1)}{2}\right) = M\left(\frac{1}{2}; \frac{-5}{2}\right)$$

Exercice 14 - Droites remarquables Le plan est muni d'un repère orthonormé. On donne les points $A(-3; -4)$, $B(3; 2)$, $C(7; -2)$ et $D(1; -8)$.



1) Montrer que les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu.

Calculons les coordonnées des milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

Milieu de $[AC]$: Les coordonnées du milieu M de $[AC]$ sont données par :

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{-3 + 7}{2}; \frac{-4 + (-2)}{2}\right) = M(2; -3)$$

Milieu de $[BD]$: Les coordonnées du milieu N de $[BD]$ sont données par :

$$N\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2}\right)$$

$$N\left(\frac{3 + 1}{2}; \frac{2 + (-8)}{2}\right) = N(2; -3)$$

2) Montrer que $AC=BD$.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(7 - (-3))^2 + (-2 - (-4))^2} = \sqrt{10^2 + 2^2} = \sqrt{100 + 4} = \sqrt{104}$$

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(1 - 3)^2 + (-8 - 2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-10)^2} = \sqrt{4 + 100} = \sqrt{104}$$

3) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD?

Les milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont identiques, donc les diagonales se coupent en leur milieu, donc ABCD est un parallélogramme.
De plus, les diagonales font la même longueur donc ABCD est un rectangle.

4) Calculer le rayon du cercle circonscrit à ce quadrilatère.

Le cercle circonscrit à un rectangle a comme centre le milieu des diagonales, car c'est également le milieu de l'hypoténuse dans le triangle rectangle ABC (rectangle en B) et le milieu de l'hypoténuse dans le triangle rectangle ACD (rectangle en D).

Donc :

$$\text{rayon} = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{104}}{2} = \sqrt{26}$$

Exercice 15 - Nature d'un quadrilatère

Dans un repère du plan (O, I, J) ci - contre, on considère les points $A(-3;-1)$, $B(4;0)$, $C(9;5)$ et $D(2;4)$.

- 1) Faire une figure dans un repère orthonormé
- 2)
 - a) Que peut-on conjecturer sur la nature du quadrilatère ABCD?
 - b) En prenant soin de détailler les étapes, démontrer la conjecture de la question précédente.
- 3) La perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point D coupe la droite (BC) au point E.
Compléter la figure, puis, par lecture graphique, déterminer les coordonnées du point E.
- 4) La droite (ED) coupe la droite (AC) au point M.
 - a) Que représente le point M pour le triangle BCD?
Justifier votre réponse.
 - b) Montrer que les droites (BM) et (DC) sont perpendiculaires.