Correction - DS n°01
Fonctions Polynôme de degré 2

55min - Barème indicatif

Calculatrice autorisée.
Les résultats devront être justifiés (à l'aide de calcul ou de propriétés).

Exercice 1 - identifier la forme d'un trinôme - (3 points)

f est une fonction polynôme du second degré. Dans chaque cas, préciser la forme de l'expression (développée ou canonique) et préciser les valeurs a, b, c, ou a, α, β.

1) $f(x) = 4x + 2x^2 - 1$ 0,5

Forme développée. $a = 2$, $b = 4$ et $c = -1$

2) $f(x) = 3 + 4x - 5x^2$ 0,5

Forme développée. $a = -5$, $b = 4$ et $c = 3$

3) $f(x) = -15x^2 + 3$ 0,5

Forme développée. $a = -15$, $b = 0$ et $c = 3$
Forme canonique. $a = -15$, $\alpha = 0$ et $\beta = 3$

4) $f(x) = -5x^2$ 0,5

Forme développée. $a = -5$, $b = 0$ et $c = 0$
Forme canonique. $a = -5$, $\alpha = 0$ et $\beta = 0$

5) $f(x) = 4 - 2(x+1)^2$ 0,5

Forme canonique. $a = -2$, $\alpha = -1$ et $\beta = 4$

6) $f(x) = 5(x+3)^2 - 8$ 0,5

Forme canonique. $a = 5$, $\alpha = -3$ et $\beta = -8$

Exercice 2 - Passer à la forme canonique - (4 points)

Transformer les fonctions suivantes pour les écrire sous forme canonique. La transformation de la première fonction devra se faire au moyen de la factorisation.

1) $f(x) = x^2 + 4x + 5$; 1

$f(x) = x^2 + 4x + 5 = (x^2 + 4x) + 5 = (x^2 + 4x + 4 - 4) + 5 = (x+2)^2 - 4 + 5 = (x+2)^2 + 1$

2) $g(x) = x^2 - 5x - 4$; 1

$g(x) = x^2 - 5x + 4 = (x^2 - 5x) + 4 = (x^2 - 5x + 6,25 - 6,25) + 4 = (x - 2,5)^2 - 6,25 + 4$
D'ou $g(x) = (x - 2,5)^2 - 2,25$

3) $h(x) = -3x^2 + 5x + 15$; 1

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-5}{2 \times (-3)} = \dfrac{5}{6}$ $\beta = f(\alpha) = -3 \times \left(\dfrac{5}{6}\right)^2 + 5 \times \dfrac{5}{6} + 15 = \dfrac{205}{12}$

D'ou $h(x) = -3\left(x - \dfrac{5}{6}\right)^2 + \dfrac{205}{12}$

4) $k(x) = -7x + 2x^2 - 4$; 1

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{7}{2 \times 2} = \dfrac{7}{4}$ $\beta = f(\alpha) = 2 \times \left(\dfrac{7}{4}\right)^2 - 7 \times \dfrac{7}{4} - 4 = -\dfrac{81}{8}$

D'ou $k(x) = 2\left(x - \dfrac{7}{4}\right)^2 - \dfrac{81}{8}$

Exercice 3 - Passer à la forme développée - (2 points)

Transformer les fonctions suivantes pour les écrire sous forme développée. On fera apparaitre au moins une étape intermédiaire

1) $f(x) = -3(x-5)^2 + 4\,;$ 1

$f(x) = -3(x^2 - 10x + 25) + 4 = -3x^2 + 30x - 71$

2) $g(x) = -5 + 8(3x-4)^2\,;$ 1

$g(x) = -5 + 8(9x^2 - 24x + 16) = -5 + 72x^2 - 192x + 128 = 72x^2 - 192x + 123$

Exercice 4 - Tableau de variations - (3 points)

Pour chaque fonction polynôme du second degré suivante, dresser son tableau de variations (les valeurs du tableau de variations doivent être justifiées).

1) $f(x) = 5(x+4)^2 - 6$ 1

$a = 5 > 0$, $\alpha = -4$ et $\beta = -6$

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
f		$\searrow$	-6	$\nearrow$	

2) $g(x) = -2x^2 + 4x + 30$ 2

$a = -2 < 0$, $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = 1$ et $\beta = f(\alpha) = 32$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
g		$\nearrow$	32	$\searrow$	

Exercice 5 - points et paraboles - (3 points)

En sachant que la courbe représentative passe par le point de coordonnées $A(2;0)$ et à l'aide du tableau de variations ci-dessous, retrouver l'expression de la fonction $f(x)$. On donnera la forme développée et la forme canonique.

x	$-\infty$		6		$+\infty$
f		$\nearrow$	10	$\searrow$	

Dans le tableau de variation, on voit que $\alpha = 6$ et $\beta = 10$. Donc f est de la forme $f(x) = a(x-6)^2 + 10$ avec $a < 0$.

De plus si $x = 2$ alors $f(x) = 0$, donc $0 = a(2-6)^2 + 10$ d'ou $a = \dfrac{-10}{16} = -\dfrac{5}{8}$. 1

La forme canonique de f est donc : $f(x) = -\dfrac{5}{8}(x-6)^2 + 10$ 1

$f(x) = -\dfrac{5}{8}(x^2 - 12x + 36) + 10 = -\dfrac{5}{8}x^2 + \dfrac{15}{2}x - \dfrac{45}{2} + 10 = -\dfrac{5}{8}x^2 + \dfrac{15}{2}x - \dfrac{25}{2}$ 1

Exercice 6 - graphiques et paraboles - (5 points)

f, g, h sont définies sur $\mathbb{R}$ par :

1) $f(x) = -0,25x^2 - 0,5x + 2$

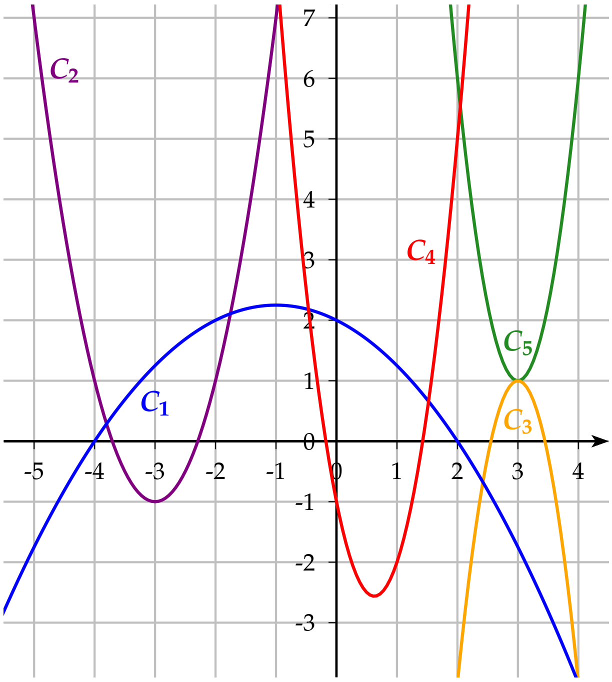
2) $g(x) = 4x^2 - 5x - 1$

3) $h(x) = 5(x-3)^2 + 1$

4) $k(x) = -5x^2 + 30x - 44$

5) $m(x) = 2(x+3)^2 - 1$

Associer chaque courbe à sa fonction associée en expliquant la démarche.



f et k correspondent à C_1 et C_3 car $a < 0$ et les 2 paraboles sont orientés vers le bas.
Pour $f(x)$, on a $\alpha = -1$ donc la courbe représentative de f est C_1. 1
Pour $k(x)$, on a $\alpha = 3$ donc la courbe représentative de k est C_3 1
$m(x)$ a comme sommet $S(-3; -1)$ donc la courbe représentative de m est C_2 1
$h(x)$ a comme sommet $S(3; 1)$ donc la courbe représentative de h est C_5 1
pour $g(x)$, on a $\alpha = \dfrac{5}{8}$ donc la courbe représentative de g est C_4. 1