Chapitre 3

Équations du second degré

I. Résolution d'une équation du second degré

1) Résoudre une équation à l'aide du discriminant

Définition

Une .... est une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où a, b et c sont des réels avec $a \neq 0$.
Une solution de cette équation s'appelle une .... du trinôme $ax^2 + bx + c$.

Exemple : L'équation $3x^2 - 6x - 2 = 0$ est une équation du second degré.

Remarque Résoudre l'équation $3x^2 - 6x - 2 = 0$ ou trouver les racines du trinôme $3x^2 - 6x - 2$ sont deux énoncés identiques.

Définition

On appelle .... du trinôme $ax^2 + bx + c$, le nombre réel, noté Δ.

$$\Delta = \text{........................}$$

Propriété

Soit Δ le discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$.

- ....
  ....
- ....
  ....
- ....
  ....
  ....

Méthode - Résoudre une équation du second degré

Enoncé : Résoudre les équations suivantes :

1) $2x^2 - x - 6 = 0$

2) $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0.$

3) $x^2 + 3x + 10 = 0$

2) Résoudre une équation à l'aide de la somme et du produit des racines

Propriété

La somme S et le produit P des racines d'un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$ sont donnés par : $S =$ et $P =$.

Démonstration

Méthode - utiliser somme et produit pour trouver les 2 racines

Enoncé :
Trouver les 2 racines du polynôme suivant : $2x^2 + 3x - 5$

Remarque Quant on a des équations du second degré avec $a = 1$ (donc du type $x^2 + \ldots = 0$) on retrouve directement la somme et le produit car l'équation s'écrit $x^2 - Sx + P = 0$.

II. Factorisation d'un trinôme

Propriété

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- ....
  ....
- ....
  ....

Remarque Si $\Delta < 0$, il n'existe pas de forme factorisée de f.

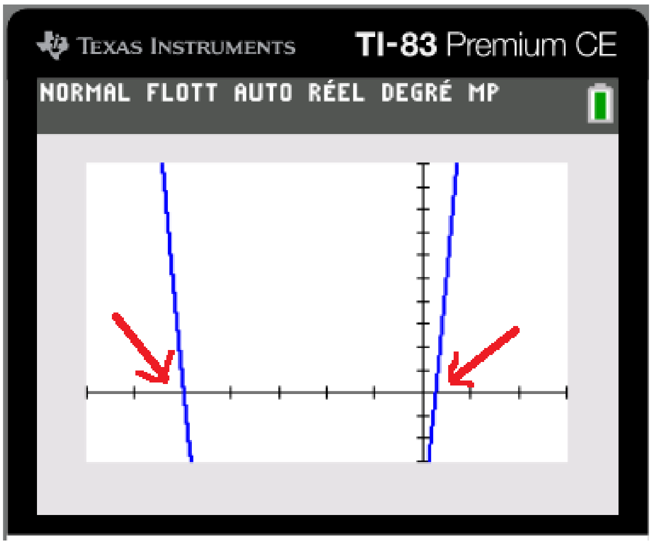
Méthode - Factoriser un trinôme

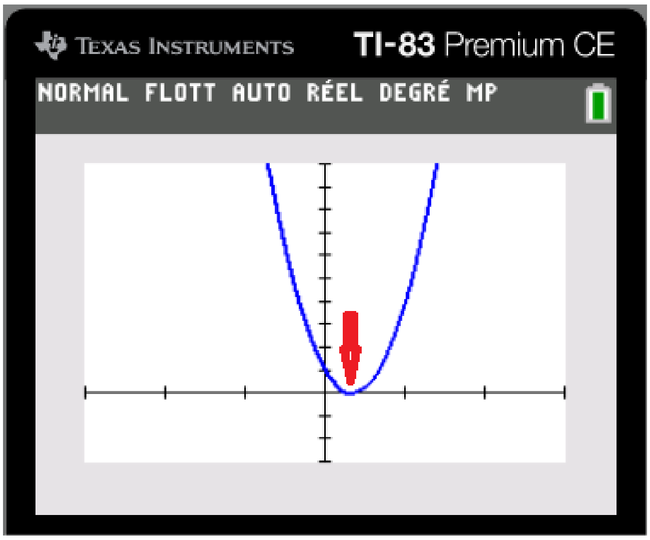
Enoncé : Factoriser les trinômes suivants

1) $4x^2 + 19x - 5$

2) $9x^2 - 6x + 1$.

Remarque On peut vérifier le résultat à l'aide de la calculatrice. En traçant la courbe représentative de la fonction, on peut vérifier les racines à l'aide des points d'intersection de la courbe et de l'axe des abscisses. Ainsi en traçant les courbes précédentes, nous obtenons les courbes suivantes :





III. signe d'un trinôme

Intro

Pour une fonction polynôme de degré 2 définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$:

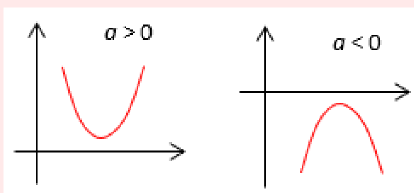
- si $a > 0$, sa représentation graphique est une parabole tournée vers le haut.
- si $a < 0$, sa représentation graphique est une parabole tournée vers le bas

Propriété

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$:

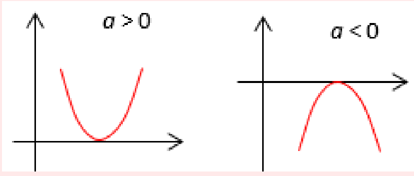
- si $\Delta < 0$:

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	



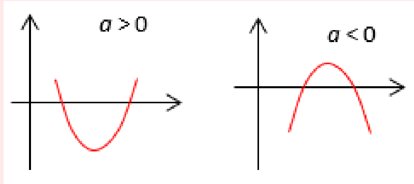
- si $\Delta = 0$:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$		0	



- si $\Delta > 0$:

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$		0		0	



Méthode - Résoudre une inéquation du second degré

Enoncé : Résoudre l'inéquation : $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$

Remarque Comme précédement, on peut vérifier le résultat à l'aide de la calculatrice.