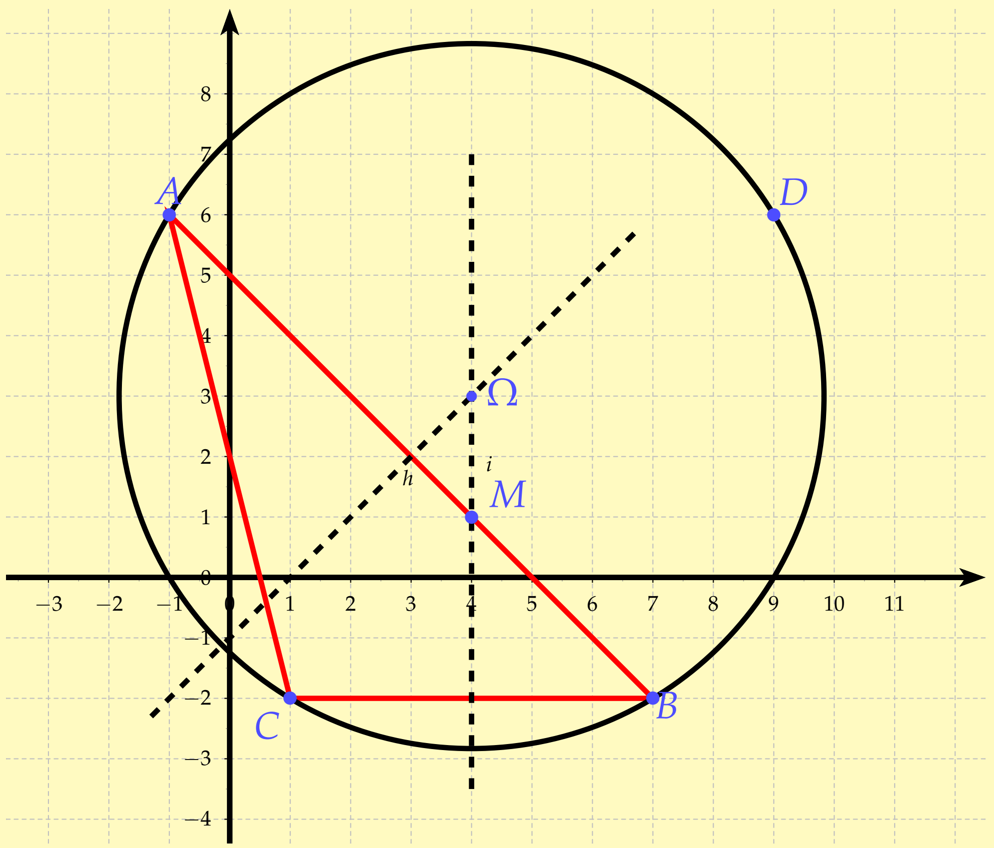
Correction - Exercices Vecteurs
Rappels seconde

Exercice 1 - Nature d'un quadrilatère et droites remarquables

On considère un repère orthonormé $(O; I, J)$ du plan. On donne les points $A(-1;6), B(7;-2), C(1;-2)$ et $D(9;6)$.

1) Faire une figure.



2) Construire le centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC.

Le centre du cercle circonscrit à un triangle est l'intersection de ses médiatrices. En traçant les médiatrices du triangle ABC, on peut donc construire le point Ω.

3) Donner, sans justification, les coordonnées de Ω et calculer le rayon du cercle.

Par lecture graphique, le centre Ω a pour coordonnées $(4;3)$.

$$\Omega A = \sqrt{(x_A - x_\Omega)^2 + (y_A - y_\Omega)^2} = \sqrt{(-1-4)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{34}$$

donc le rayon de ce cercle est $r = \Omega A = \sqrt{34}$

4) Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle : on dira qu'ils sont cocycliques.

Pour montrer que les points B, C et D appartiennent au cercle de centre Ω et de rayon $r = \sqrt{34}$ on va montrer que ces trois points sont tous à une distance r de Ω. Le repère étant orthonormé, on peut utiliser la formule de calcul des distances :
$\Omega B = \sqrt{(x_B - x_\Omega)^2 + (y_B - y_\Omega)^2} = \sqrt{(7-4)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{34}$

$\Omega C = \sqrt{(x_C - x_\Omega)^2 + (y_C - y_\Omega)^2} = \sqrt{(1-4)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{34}$ et
$\Omega D = \sqrt{(x_D - x_\Omega)^2 + (y_D - y_\Omega)^2} = \sqrt{(9-4)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{34}$
Par conséquent, $\Omega A = \Omega B = \Omega C = \Omega D = \sqrt{34}$ donc les points, A, B, C et D appartiennent tous au cercle de centre Ω et de rayon r : ils sont cocycliques.

5) Soit M, un point de coordonnées $(4;1)$.

a) Montrer que M appartient au segment $[AB]$.

Le repère étant orthonormé, on peut utiliser la formule de calcul des distances :
$AM = \sqrt{(4+1)^2 + (1-6)^2} = 5\sqrt{2}$
$MB = \sqrt{(7-4)^2 + (-2-1)^2} = 3\sqrt{2}$
$AB = \sqrt{(7+1)^2 + (-2-6)^2} = 8\sqrt{2}$
donc $AM + MB = AB$ et donc le point M appartient au segment $[AB]$.

b) Montrer que M appartient au segment [DC].

De même, on a :
$DM = \sqrt{(4-9)^2 + (1-6)^2} = 5\sqrt{2}$;
$MC = \sqrt{(1-4)^2 + (-2-1)^2} = 3\sqrt{2}$ et
$DC = \sqrt{(1-9)^2 + (-2-6)^2} = 8\sqrt{2}$
donc $DM + MC = DC$ et donc le point M appartient au segment $[DC]$

c) Calculer MA $\times$ MB et MC $\times$ MD.

$MA \times MB = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 15 \times 2 = 30$ et
$MC \times MD = 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 15 \times 2 = 30$

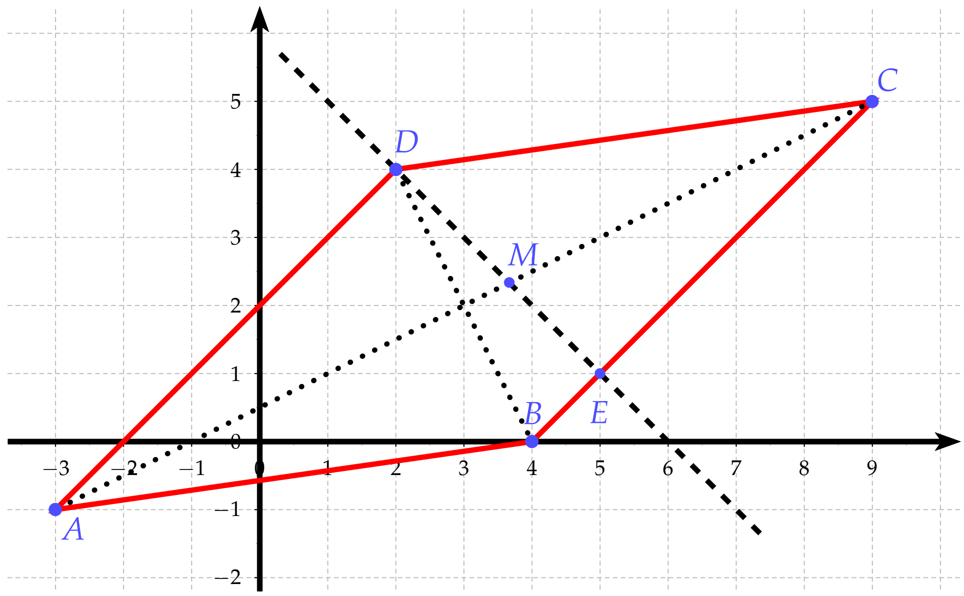
d) Conclure

D'après les questions précédentes, on peut conclure que $MA \times MB = MC \times MD$

Exercice 2 - Nature d'un quadrilatère

Dans un repère du plan (O,I,J) ci - contre, on considère les points A(-3;-1), B(4;0), C(9;5) et D(2;4).

1) Faire une figure dans un repère orthonormé



2) Placer les points A, B, C et D dans le repère ci-contre.

3) **a)** Que peut-on conjecturer sur la nature du quadrilatère ABCD ?

ABCD semble être un losange.

b) En prenant soin de détailler les étapes, démontrer la conjecture de la question précédente.

Soit I le milieu de $[AC]$.
$x_I = \dfrac{-3+9}{2} = 3$ et $y_I = \dfrac{-1+5}{2} = 2$
Soit J le milieu de $[BD]$.
$x_J = \dfrac{4+2}{2} = 3$ et $y_J = \dfrac{0+4}{2} = 2$
$I(3;2) = J(3;2)$ donc ABCD est un parallélogramme (les diagonales se coupent en leur milieu).
$AB = \sqrt{(4-(-3))^2 + (0-(-1))^2} = \sqrt{50}$ et $BC = \sqrt{(9-4)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{50}$
$AB = BC$ donc ABCD est un losange (2 côtés consécutifs égaux dans un parallélogramme).
ABCD est donc un losange.

4) La perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point D coupe la droite (BC) au point E.
Compléter la figure, puis, par lecture graphique, déterminer les coordonnées du point E.

Graphiquement on a $E(5;1)$

5) La droite (ED) coupe la droite (AC) au point M.

a) Que représente le point M pour le triangle BCD ?
Justifier votre réponse.

Comme ABCD est un losange, $(AC) \perp (BD)$. (AC) est donc une hauteur du triangle BDC (la hauteur issue de C). (DE) est également une hauteur du triangle BDC (la hauteur issue de D). M est donc le point d'intersection des hauteurs du triangle BDC. c'est donc l'orthocentre du triangle.

b) Montrer que les droites (BM) et (DC) sont perpendiculaires.

(BM) passe par l'orthocentre du triangle et un sommet du triangle. Il s'agit donc de la hauteur issue de B du triangle BDC. Or une hauteur coupe perpendiculairement le côté opposé au côté dont elle est issue.Donc $(BM) \perp (DC)$

Exercice 3 Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées du vecteur $\vec{v}$ sont $\begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix}$, celles du point $A(1;-2)$.
Calculer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{CA} = \vec{v}$.

$\overrightarrow{CA} = \vec{u} \iff \begin{pmatrix}x_A - x_C\\ y_A - y_C\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix} \iff \begin{cases} x_C = -x_A - 4 = 1 - 4 = -3 \\ y_C = y_A - (-5) = -2 + 5 = 3\end{cases}$

Exercice 4 Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $K(-2;-3)$, $L(3;-4)$ et $M(-1;5)$.
Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM}$?

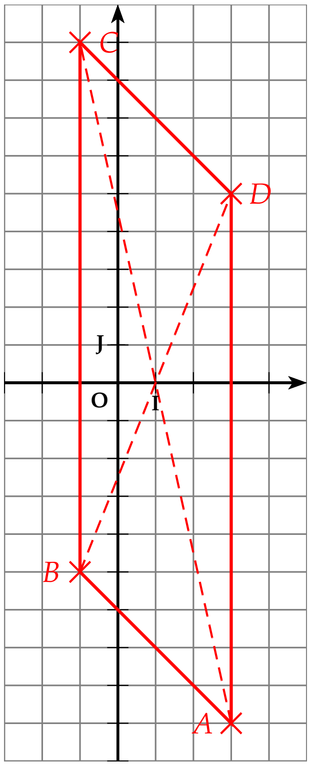
1ère méthode : avec la relation de Chasles
$\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{KM} \begin{pmatrix}x_M - xK\\ y_M - y_K\end{pmatrix} = \overrightarrow{KM} \begin{pmatrix}-1-(-2)\\ 5-(-3)\end{pmatrix} = \overrightarrow{KM} \begin{pmatrix}1\\8\end{pmatrix}$
2ème méthode : avec les coordonnées des vecteurs
$\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{KL} \begin{pmatrix}x_L - xK\\ y_L - y_K\end{pmatrix} + \overrightarrow{LM} \begin{pmatrix}x_M - xL\\ y_M - y_L\end{pmatrix} = \overrightarrow{KL} \begin{pmatrix}3-(-2)\\ -4-(-3)\end{pmatrix} + \overrightarrow{LM} \begin{pmatrix}-1-3\\ 5-(-4)\end{pmatrix} = \overrightarrow{KL} \begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix} + \overrightarrow{LM} \begin{pmatrix}-4\\9\end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{KL}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix} + \overrightarrow{LM}\begin{pmatrix}-4\\9\end{pmatrix} = \overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}5+(-4)\\-1+9\end{pmatrix} = \overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}1\\8\end{pmatrix}$

Exercice 5 Construire un repère $(O; I, J)$ orthogonal.

1) Placer les points $A(3; -9)$ et $B(-1; -5)$.

2) Placer les points C et D tels que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme de centre I.



3) Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants.

a) $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1-3\\-5-(-9)\end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \iff \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$

c) $\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x_D - x_A\\y_D - y_A\end{pmatrix} = \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}3-3\\5-(-9)\end{pmatrix} = \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}0\\14\end{pmatrix}$

Exercice 6 Dans un repère, on considère les points A et B de coordonnées respectives $(3; -4)$ et $(-1; 2)$. Quelles sont les coordonnées de C tel que $\overrightarrow{AB} = -5\overrightarrow{AC}$?

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\end{pmatrix} = -5\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C - x_A\\y_C - y_A\end{pmatrix} \iff \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\6\end{pmatrix} = -5\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C - 3\\y_C - (-4)\end{pmatrix}$

$$\iff \begin{cases} -4 = -5(x_C - 3) \\ 6 = -5(y_C + 4) \end{cases} \iff \begin{cases} -4 = -5x_C + 15 \\ 6 = -5y_C - 20 \end{cases} \iff \begin{cases} x_C = \dfrac{19}{5} \\ y_C = -\dfrac{26}{5} \end{cases} \text{ D'ou C} \left(\frac{19}{5} ; -\frac{26}{5}\right)$$

Exercice 7 Dans un repère, on considère les points suivants : $A\left(\frac{2}{9}; \frac{6}{25}\right)$ et $B\left(-\frac{5}{6}; \frac{9}{20}\right)$.

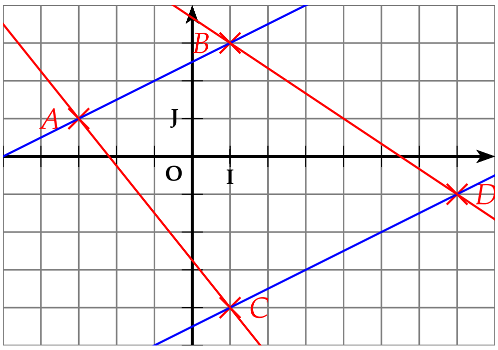
Calculer les coordonnées de C tel que $\overrightarrow{AC} = \frac{15}{2}\overrightarrow{AB}$.

$$\frac{15}{2}\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \iff \frac{15}{2}\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -\dfrac{19}{18} \\ \dfrac{21}{100} \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - \dfrac{2}{9} \\ y_C - \dfrac{(6)}{25} \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{cases} \dfrac{15}{2} \times \dfrac{-19}{18} = x_C - \dfrac{2}{9} \\ \dfrac{15}{2} \times \dfrac{21}{100} = y_C - \dfrac{(6)}{25} \end{cases} \iff \begin{cases} -\dfrac{95}{12} + \dfrac{2}{9} = x_C \\ \dfrac{63}{40} + \dfrac{(6)}{25} = y_C \end{cases} \iff \begin{cases} x_C = -\dfrac{277}{36} \\ y_C = \dfrac{363}{200} \end{cases} \text{ D'ou C} \left(-\frac{277}{36} ; \frac{363}{200}\right)$$

Exercice 8 Dans un repère orthogonal, placer les points :

- $A(-3;1)$
- $B(1;3)$
- $C(1,-4)$
- $D(7;-1)$



Les droites suivantes sont-elles parallèles ?

1) (AB) et (CD)

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1-(-3) \\ 3-1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 7-1 \\ -1-(-4) \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} = 1,5\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Les 2 vecteurs sont colinéaires. les droites sont donc parallèles.

2) (AC) et (BD)

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 1-(-3) \\ -4-1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} = \overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} 7-1 \\ -1-3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$

$det(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BD}) = 4 \times (-4) - 6 \times (-5) = 14 \neq 0$

Les 2 vecteurs ne sont pas colinéaires. les droites ne sont donc pas parallèles.

Exercice 9 Dans un plan muni d'un repère, on place les points $A(1;-2)$, $B(-3;1)$, $C(-17;15)$ et $D(-5;6)$. Montrer que $ABCD$ est un trapèze.

On calcule les 4 vecteurs $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DA}$.
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3-1 \\ 1-(-2) \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -17-(-3) \\ 15-1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -14 \\ 14 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -5-(-17) \\ 6-15 \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 12 \\ -9 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA}\begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \overrightarrow{DA}\begin{pmatrix} 1-(-5) \\ -2-6 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DA}\begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}$
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires car $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{AB}$ donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
ABCD est donc bien un trapèze.

Exercice 10 - Sommes algébriques sans grille Soit A, B, C et D quatre points quelconques.

1) Démontrer les égalités suivantes.

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}\right) = \overrightarrow{DA}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}\right) &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} \\ &= \overrightarrow{AA} + \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{DA} \end{aligned}$$

b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CC} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} \end{aligned}$$

2) Simplifier l'écriture des vecteurs suivants.

a) $\vec{u} = \left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD}\right)$

$\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$
$\vec{u} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$
$\vec{u} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB}$
$\vec{u} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$

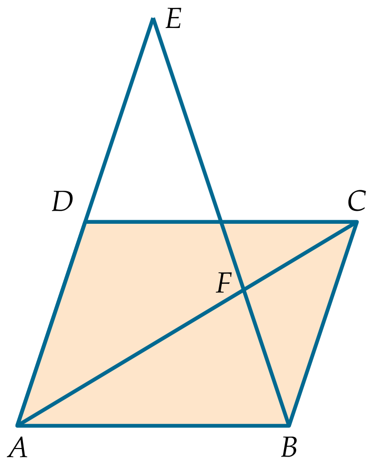
b) $\vec{v} = \left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD}\right) - \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right)$

$\vec{v} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$
$\vec{v} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$
$\vec{v} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}$
$\vec{u} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

Exercice 11 - Alignement
On considère un parallélogramme $ABCD$ et les points E et F définis par :

- $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AD}$
- $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

1) Faire une figure.



2) Que peut-on conjecturer sur les points B, F et E ?

Les points B, F et E semblent alignés.

On choisit $(A; D, B)$ comme repère.

3) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

4) En déduire les coordonnées du point C.

A étant l'origine du repère, $\overrightarrow{AC}$ et C ont les mêmes coordonnées, donc $C(1;1)$.

5) Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AF}$?

$\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3} \times \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\\frac{2}{3}\end{pmatrix}$

6) En déduire les coordonnées du point F.

A étant l'origine du repère, $\overrightarrow{AF}$ et F ont les mêmes coordonnées, donc $F\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

7) Calculer les coordonnées du point E.

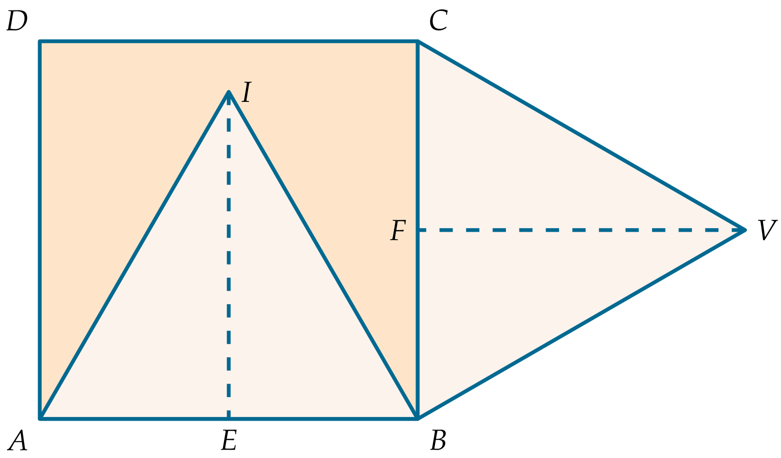
$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AD} = 2 \times \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$ A étant l'origine du repère, $\overrightarrow{AE}$ et E ont les mêmes coordonnées, donc $C(0;2)$.

8) Démontrer que $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BF}$ sont colinéaires. Conclure.

$\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}x_E - x_B\\y_E - y_B\end{pmatrix} = \overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}0-1\\2-0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.
$\overrightarrow{BF}\begin{pmatrix}x_F - x_B\\y_F - y_B\end{pmatrix} = \overrightarrow{BF}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}-1\\\frac{2}{3}-0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{BF}\begin{pmatrix}-\frac{1}{3}\\\frac{2}{3}\end{pmatrix}$. On voit que $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BF}$. Les 2 vecteurs sont colinéaires et ont un point en commun (le point B), donc les points B,E et F sont alignés.

Exercice 12 - Un classique Sur la figure ci-dessous, on considère le carré $ABCD$ de côté 5 cm et les triangles équilatéraux ABI et BCV.

1) Construire la figure en vraie grandeur.



On se place dans le repère $(A; B, D)$.

2) Calculer les coordonnées des points I et V.

Pour calculer les coordonnées, on a besoin de la hauteur des triangles équilatéraux. On va donc calculer IE (ou VF) à l'aide de Pythagore dans le triangle rectangle AEI (ou BVF).

$IE^2 = IA^2 - AE^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$ d'ou $IE = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\0\end{pmatrix} + \overrightarrow{EI}\begin{pmatrix}0\\\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix} = \overrightarrow{AI}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}$.

A étant l'origine du repère, $\overrightarrow{AI}$ et I ont les mêmes coordonnées, donc $I\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$\overrightarrow{AV} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \overrightarrow{BF}\begin{pmatrix}0\\\frac{1}{2}\end{pmatrix} + \overrightarrow{FV}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2}\\0\end{pmatrix} = \overrightarrow{AV}\begin{pmatrix}\frac{2+\sqrt{3}}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

A étant l'origine du repère, $\overrightarrow{AV}$ et V ont les mêmes coordonnées, donc $V\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

3) Démontrer que les points D, I et V sont alignés.

$\overrightarrow{DV}\begin{pmatrix}x_V - x_D\\y_V - y_D\end{pmatrix} = \overrightarrow{DV}\begin{pmatrix}\frac{2+\sqrt{3}}{2} - 0\\\frac{1}{2} - 1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DV}\begin{pmatrix}\frac{2+\sqrt{3}}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix}x_I - x_D\\y_I - y_D\end{pmatrix} = \overrightarrow{DI}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} - 0\\\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{\sqrt{3}-2}{2}\end{pmatrix}$.

On voit que $\overrightarrow{DV} = (2+\sqrt{3}) \times \overrightarrow{DI}$.

Les 2 vecteurs sont colinéaires et ont un point en commun (le point D), donc les points D,I et V sont alignés.