Vecteurs
Exercices d'entraînement

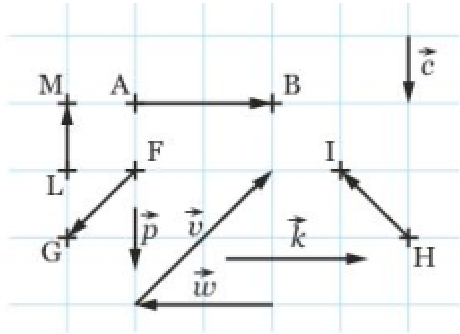
Exercice 1

On considère les vecteurs suivants représentés sur un quadrillage.

1) Repérer les vecteurs égaux, les vecteurs opposés et les vecteurs de même norme.

2) Quelle est l'image du point F par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{LM}}$?

3) Par quelles translations le point A est-il l'image du point B ?



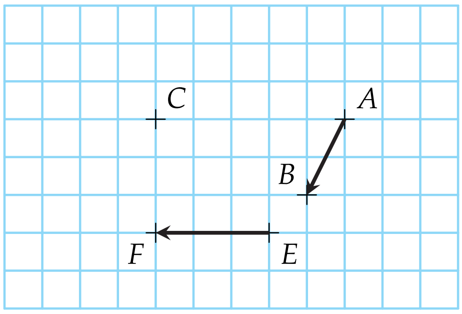
Exercice 2

On considère les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ et un point C.

1) Reproduire la figure sur papier quadrillé.

2) Construire les points manquants.

- **a)** D tel que $\overrightarrow{\mathrm{CD}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$
- **b)** G tel que $\overrightarrow{\mathrm{CG}} = \overrightarrow{\mathrm{EF}}$
- **c)** H tel que $\overrightarrow{\mathrm{HC}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$
- **d)** I tel que $\overrightarrow{\mathrm{IC}} = \overrightarrow{\mathrm{CG}}$
- **e)** J tel que $\overrightarrow{\mathrm{BJ}} = \overrightarrow{\mathrm{JC}}$



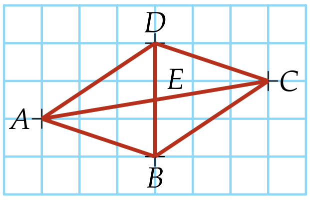
Exercice 3

À partir de la figure ci-contre, déterminer les images suivantes.

1) L'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

2) L'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$.

3) L'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{CE}$.



Exercice 4

À l'aide de la figure ci-contre, citer :

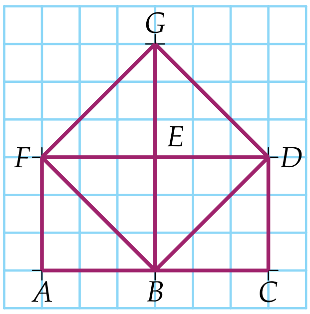
1) trois paires de vecteurs égaux.

2) trois vecteurs ayant la même direction.

3) quatre vecteurs ayant la même norme.

4) deux vecteurs ayant la même direction, des sens contraires et des normes différentes.

5) quatre vecteurs opposés au vecteur $\overrightarrow{ED}$.



Exercice 5

Soit un triangle FGH.
Construire les points M, N et P définis par :

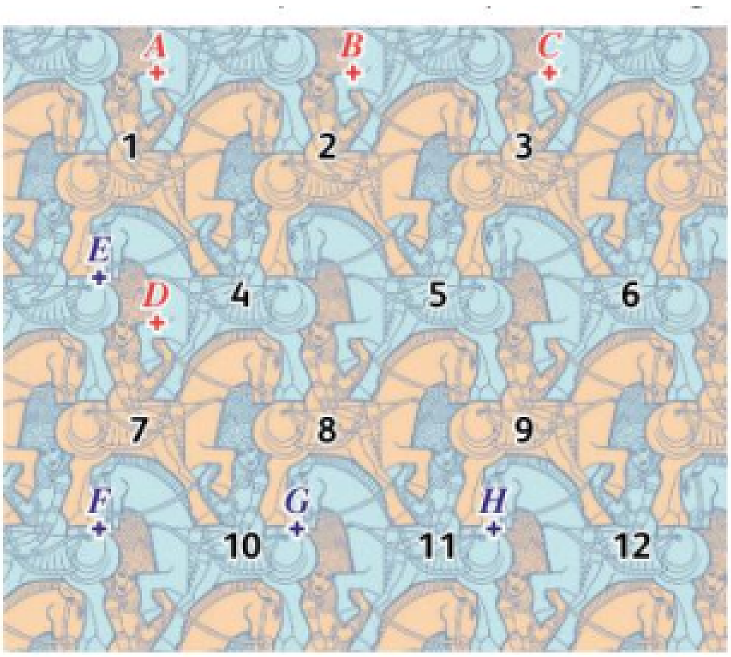
$$\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{GH}, \overrightarrow{GN} = \overrightarrow{HF} \text{ et } \overrightarrow{HP} = \overrightarrow{FG}.$$

Exercice 6

Soit un parallélogramme ABCD.
Construire les points M, N et P définis par :

$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{BD}.$$

Exercice 7



Le pavage ci-contre, réalisé dans l'esprit d'Escher, représente des cavalières tournées vers la droite (en orange) ou vers la gauche (en bleu). Les cavalières représentées " entières " sont numérotées de 1 à 12 et huit points ont été placés sur la figure.

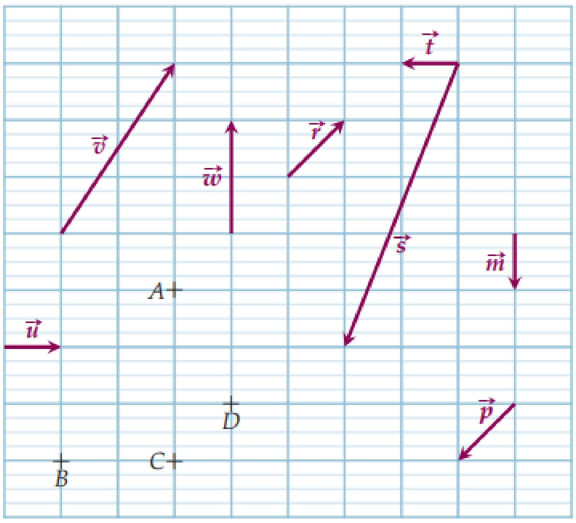
1) Quelle est l'image de la cavalière :

- **a)** 7 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$?
- **b)** 8 par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$?
- **c)** 2 par la translation de vecteur $\overrightarrow{EG}$?

2) Quelle est la translation qui transforme :

- **a)** la cavalière 5 en cavalière 4 ?
- **b)** la cavalière 10 en cavalière 12 ?
- **c)** la cavalière 6 en cavalière 11 ?

Exercice 8



À partir de la figure ci-contre, citer un vecteur :

1) opposé à $\overrightarrow{CD}$;

2) de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$;

3) de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire ;

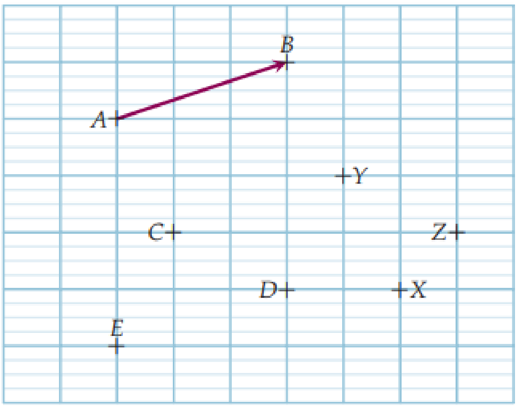
4) égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$.

Exercice 9

À partir de la figure ci-contre,

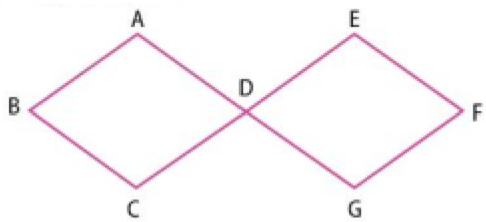
1) donner les images des points C, D, E dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;

2) citer trois vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AB}$;



Exercice 10

Sur la figure ci-dessous, ABCD et EDGF sont des losanges. Les points G et E sont les symétriques respectifs des points A et C par rapport au point D.



1) Donner, en justifiant, trois vecteurs égaux :

a) au vecteur $\overrightarrow{\text{AD}}$. **b)** au vecteur $\overrightarrow{\text{ED}}$.

2) Quel est le représentant d'origine G :

a) du vecteur $\overrightarrow{CD}$? **b)** du vecteur $\overrightarrow{\text{DA}}$?

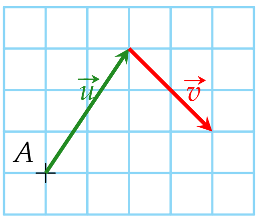
3) Quel est le représentant d'extrémité E :

a) du vecteur $\overrightarrow{\text{CB}}$? **b)** du vecteur $\overrightarrow{BA}$?

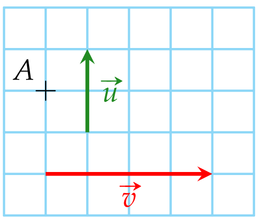
Exercice 11

Reproduire les figures suivantes puis placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$

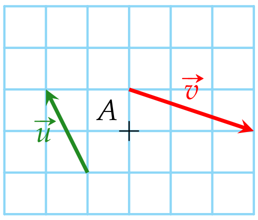
1)



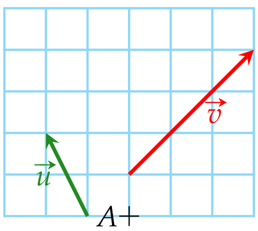
2)



3)



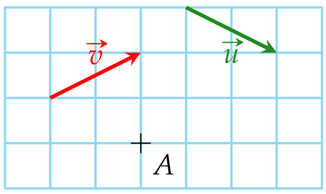
4)



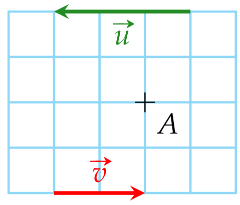
Exercice 12

Reproduire les figures suivantes puis placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$

1)



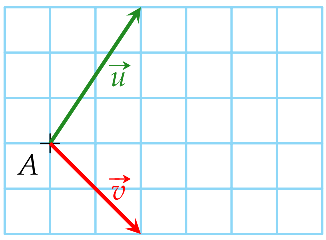
2)



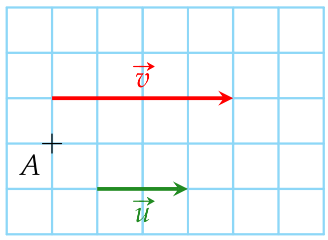
Exercice 13

Reproduire les figures suivantes puis placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$

1)

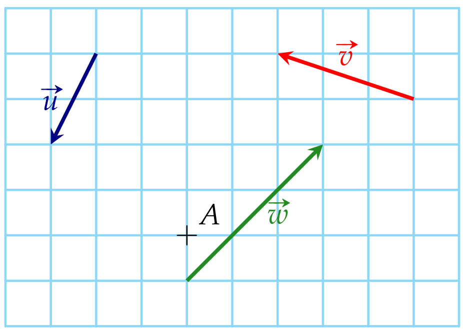


2)



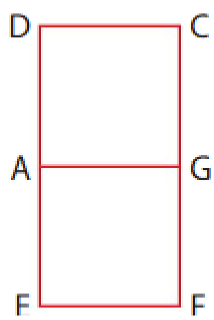
Exercice 14

Reproduire la figure puis construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$



Exercice 15

ADCG et AGFE sont deux carrés.



1) **a)** Déterminer l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{AF}$.

b) En déduire $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AF}$.

2) Déterminer :

a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AG}$

b) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DG}$

c) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{EF}$

d) $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{DA}$

e) $\overrightarrow{\mathrm{EG}} + \overrightarrow{\mathrm{CA}}$

f) $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{FC}$

Exercice 16

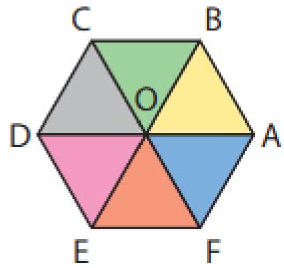
L'hexagone $ABCDEF$ de centre O est formé de six triangles équilatéraux de sommet commun O . Déterminer les sommes suivantes.

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

2) $\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{EO}$

3) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$

4) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE}$



Exercice 17 - Relation de Chasles

Recopier et compléter par des noms de points :

1) $\overrightarrow{\dots E} + \overrightarrow{E\dots} = \overrightarrow{BC}$

2) $\overrightarrow{A\dots} + \overrightarrow{B\dots} = \overrightarrow{AC}$

3) $\overrightarrow{O\dots} + \overrightarrow{M\dots} = \overrightarrow{\dots P}$

4) $\overrightarrow{A\dots} + \overrightarrow{D\dots} + \overrightarrow{M\dots} = \overrightarrow{AG}$.

Exercice 18 - Relation de Chasles ou pas ?

Dire si l'on peut réduire ou non chacune des sommes suivantes grâce à la relation de Chasles :

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

3) $CO + OA$

4) $\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{AC}$

5) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DE}$

6) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

Exercice 19

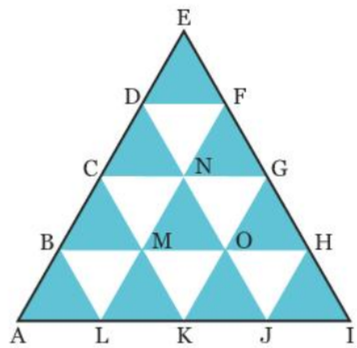
On considère la figure suivante composée de triangles équilatéraux.

1) Écrire trois égalités traduisant la relation de Chasles.

2) Écrire trois égalités traduisant la propriété du parallélogramme.

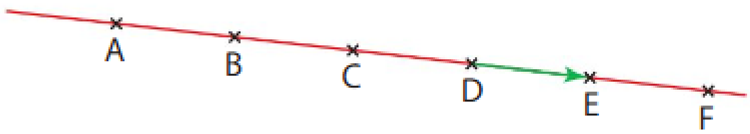
3) Réduire les sommes suivantes en transformant l'égalité si nécessaire.

- **a)** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AK}$
- **b)** $\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{MN}$
- **c)** $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CK}$
- **d)** $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CK}$
- **e)** $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{GI}$
- **f)** $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{HK}$
- **g)** $\overrightarrow{HM} + \overrightarrow{KI}$
- **h)** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{OJ}$
- **i)** $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{LF}$
- **j)** $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{ED}$



Exercice 20

Les points A, B, C, D, E et F sont régulièrement espacés sur la droite ci-dessous :



1) Pour chacun des vecteurs ci-dessous, comparer sa direction, son sens et sa norme à ceux du vecteur $\overrightarrow{AB}$ puis exprimer le vecteur en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

a) $\overrightarrow{AC}$ **b)** $\overrightarrow{AD}$ **c)** $\overrightarrow{AE}$ **d)** $\overrightarrow{\mathrm{AF}}$

2) Exprimer de même chacun des vecteurs suivants en fonction de $\overrightarrow{AB}$:

a) $\overrightarrow{BE}$ **b)** $\overrightarrow{BF}$ **c)** $\overrightarrow{\mathrm{FD}}$ **d)** $\overrightarrow{EA}$

Exercice 21

La figure est celle de l'exercice précédent.
Recopier et compléter par un nombre réel :

1) $\overrightarrow{AC} = \ldots\overrightarrow{DE}$ $\overrightarrow{FB} = \ldots\overrightarrow{DE}$ $\overrightarrow{AB} = \ldots\overrightarrow{AC}$
2) $\overrightarrow{AB} = \ldots\overrightarrow{BE}$ $\overrightarrow{DB} = \ldots\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{FC} = \ldots\overrightarrow{DB}$

Exercice 22

1) Placer deux points A et B distants de 12 cm . On pose $\vec{u} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$.

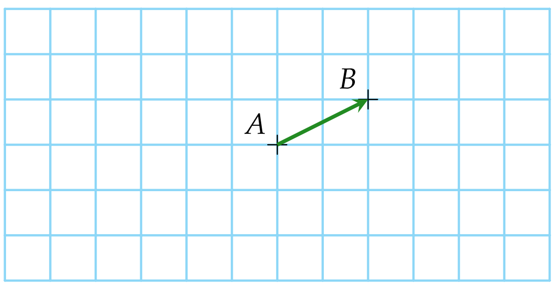
2) Placer les points C, D, E, F tels que :

$$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \frac{1}{4}\vec{u}, \overrightarrow{\mathrm{AD}} = -\frac{1}{3}\vec{u}, \overrightarrow{\mathrm{AE}} = \frac{5}{6}\vec{u}, \overrightarrow{\mathrm{BF}} = -\frac{2}{3}\vec{u}.$$

3) Vérifier que le point E est tel que $\overrightarrow{\mathrm{BE}} = -\frac{1}{6}\vec{u}$.

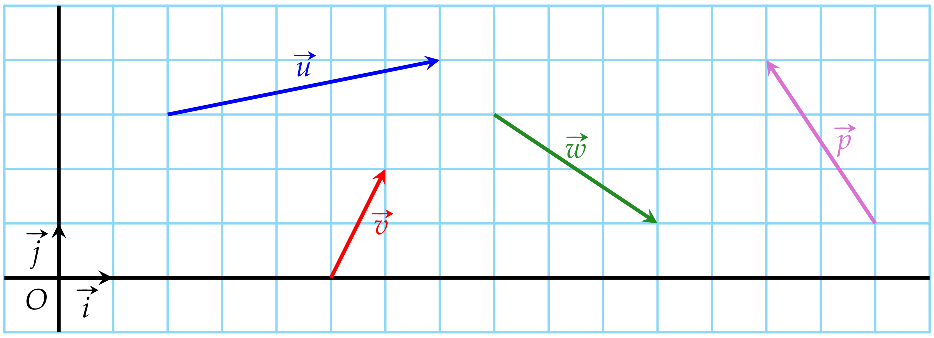
Exercice 23

Construire à l'aide du quadrillage les points C et D tels que $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AC}$.



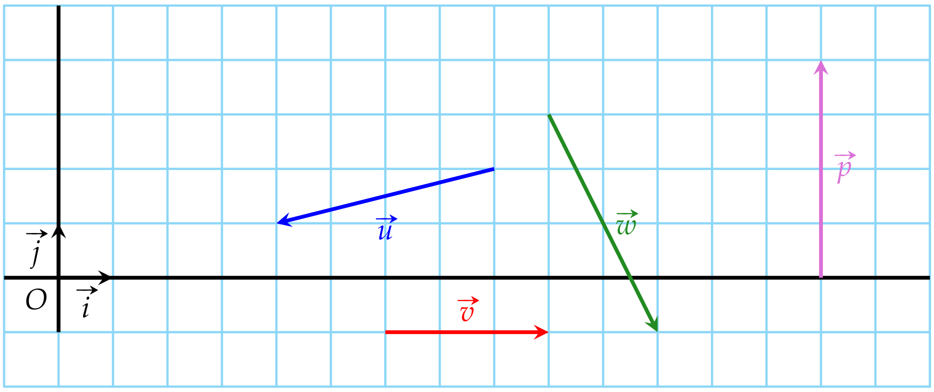
Exercice 24

Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{p}$ dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$



Exercice 25

Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{p}$ dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$



Exercice 26

Dans chacun des cas, calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1) $\mathrm{A}(-3;1)$ et $\mathrm{B}(4;-2)$.

2) $\mathrm{A}(-2;-3)$ et $\mathrm{B}(1;5)$

3) $\mathrm{A}(4;2)$ et $\mathrm{B}\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

4) $\mathrm{A}\left(-\dfrac{1}{4};3\right)$ et $\mathrm{B}(2;3)$

Exercice 27

Soit $\mathrm{A}(-3;3), \mathrm{B}(2;5), \mathrm{C}(4;0), \mathrm{D}(-1;-2)$

1) Émettre une conjecture sur le quadrilatère $ABCD$.

2) **a)** Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

b) Qu'en déduit-on pour $ABCD$?

Exercice 28

On considère les points $A(-2;4), B(1;3), C(-1;1)$ et D(2 ;0).

1) Calculer les coordonnées des milieux de [AD] et [BC]. Qu'en déduit-on ?

2) Proposer une autre méthode pour obtenir la même conclusion.

Exercice 29

Dans un repère, on a $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$.
Calculer les coordonnées de $\vec{u}-\vec{v}$, $\vec{u}-\vec{v}+\vec{w}$

Exercice 30

Soit les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$.
Calculer les coordonnées des vecteurs suivants

1) $-3\vec{w}$
2) $\vec{u}-\vec{v}$
3) $\vec{u}+\vec{v}-\vec{w}$
4) $2\vec{u}-3\vec{w}$
5) $\frac{1}{2}\vec{w}-\frac{3}{2}\vec{v}$

Exercice 31 - Déterminer les coordonnées d'un point (1)

Soit $\mathrm{A}(2;-3), \mathrm{B}(4;5)$ et $\mathrm{C}(-2;-1)$.

1) Faire une figure.
2) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.
3) Placer le point D tel que $ABCD$ est un parallélogramme.
4) Soit $(x_{\mathrm{D}};y_{\mathrm{D}})$ les coordonnées du point D .
  a) Exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{DC}$.
  b) En déduire x_{D} et y_{D}.

Exercice 32 - Déterminer les coordonnées d'un point (2)

On considère le point $A(2;-1)$ et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$.
Le point B $(x_B;y_B)$ est défini par $\overrightarrow{AB}=2\vec{u}$.

1) Faire une figure.
2) Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{u}$.
3) Exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ en fonction de x_{B} et y_{B}.
4) En déduire les coordonnées de B.