

Produit scalaire

Exercices obligatoires

Exercice 1

Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- 1) $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}, \|\vec{v}\| = 8$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{3\pi}{4}[2\pi]$;
- 2) $\|\vec{u}\| = 1, \|\vec{v}\| = 2$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$;
- 3) $\|\vec{u}\| = 3, \|\vec{v}\| = 4$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi[2\pi]$;
- 4) $\|\vec{u}\| = 3, \|\vec{v}\| = 4$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

Exercice 2

Soit A, B et C trois points distincts.

- 1) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ avec :

$$AB = 5, AC = 6 \text{ et } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{2\pi}{3}[2\pi].$$

- 2) Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CB}$ avec :

$$AB = \sqrt{6}, BC = \sqrt{8} \text{ et } (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{5\pi}{6}[2\pi].$$

Exercice 3

Dans chaque cas, déterminer le signe de $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- 1) $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{7\pi}{6}[2\pi]$
- 2) $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{20\pi}{3}[2\pi]$
- 3) $(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{31\pi}{4}[2\pi]$
- 4) $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{67\pi}{15}[2\pi]$

Exercice 4

Soit \vec{u} et \vec{v} tels que $\|\vec{u}\| = \frac{3}{4}, \|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{5}$.

Calculer $(-6\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u} + 3\vec{v})$.

Exercice 5

Soit \vec{u} et \vec{v} tels que $\|\vec{u}\| = \sqrt{15}$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{23}$.

Calculer $(\vec{v} - \vec{u}) \cdot (\vec{v} + \vec{u})$.

Exercice 6

Soit \vec{u} et \vec{v} tels que $\|\vec{u}\| = 1, 2$ et $\|\vec{v}\| = 3, 5$.

Calculer $(2\vec{v} - 5\vec{u}) \cdot (2\vec{v} + 5\vec{u})$.

Exercice 7

On considère les vecteurs \vec{u} et \vec{v} tels que $\|\vec{u}\| = 6, \|\vec{v}\| = 5$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$. Calculer les expressions suivantes.

- 1) $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$
- 2) $(\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (3\vec{u} + \vec{v})$

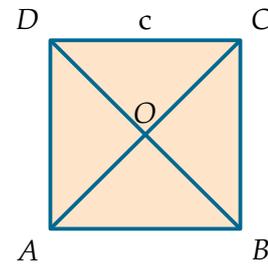
Exercice 8

Soit \vec{u} et \vec{v} tels que $\|\vec{u}\| = \sqrt{5}$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{12}$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.
Calculer $(2\vec{u} + \vec{v}) \cdot (3\vec{u} - 3\vec{v})$.

Exercice 9

On considère un carré ABCD de centre O et de côté c . Calculer les produits scalaires suivants.

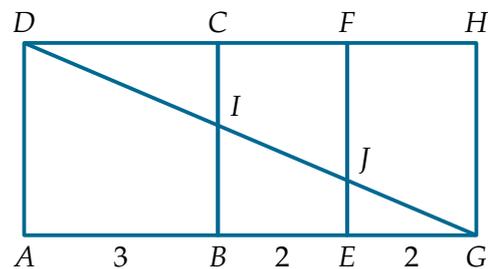
- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ | 5) $\vec{DB} \cdot \vec{AB}$ |
| 2) $\vec{AB} \cdot \vec{AO}$ | 6) $\vec{OA} \cdot \vec{AC}$ |
| 3) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ | 7) $\vec{DB} \cdot \vec{OC}$ |
| 4) $\vec{BC} \cdot \vec{AD}$ | |



Exercice 10

Dans une unité de longueur donnée, on considère un carré ABCD dont le côté mesure 3, accolé à deux rectangles identiques BEFC et EGHF de largeur 2. En utilisant la formule du projeté orthogonal, calculer les produits scalaires suivants.

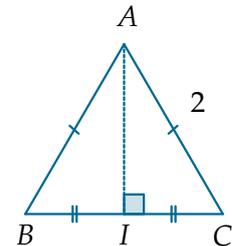
- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ | 4) $\vec{CF} \cdot \vec{GD}$ |
| 2) $\vec{BA} \cdot \vec{BF}$ | 5) $\vec{IC} \cdot \vec{HG}$ |
| 3) $\vec{EI} \cdot \vec{AG}$ | 6) $\vec{EJ} \cdot \vec{FA}$ |



Exercice 11

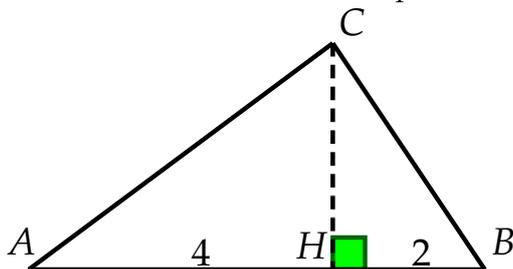
Le triangle ABC est un triangle équilatéral dont le côté mesure 2 cm. I est le pied de la hauteur issue de A. Déterminer les valeurs exactes des produits scalaires suivants.

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1) $\vec{BC} \cdot \vec{BA}$ | 2) $\vec{BA} \cdot \vec{BI}$ | 3) $\vec{AI} \cdot \vec{AC}$ |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|



Exercice 12

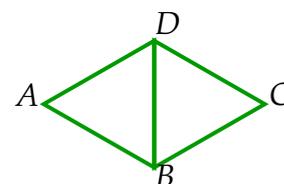
Dans le cas ci-dessous, calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ à l'aide des informations données.



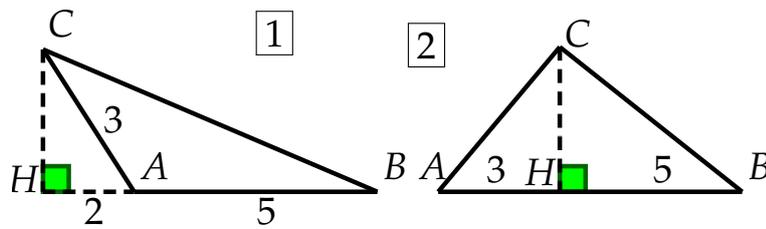
Exercice 13

ABD et BCD sont deux triangles équilatéraux de côté 4. Calculer les produits scalaires suivants.

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ | 4) $\vec{BD} \cdot \vec{CA}$ |
| 2) $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ | 5) $\vec{AD} \cdot \vec{CB}$ |
| 3) $\vec{DB} \cdot \vec{CD}$ | 6) $\vec{AC} \cdot \vec{DC}$ |



Exercice 14 Dans chaque cas, calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

**Exercice 15**

Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- 1) $\vec{u}(1;2)$ et $\vec{v}(3;-1)$;
- 2) $\vec{u}(-1;3)$ et $\vec{v}(12;7)$;
- 3) $\vec{u}(-\frac{11}{4};-15)$ et $\vec{v}(4;-\frac{2}{5})$;
- 4) $\vec{u}(-1 + \sqrt{3};-3)$ et $\vec{v}(-1 - \sqrt{3};-1)$.

Exercice 16

On considère les points $A(5;-3)$, $B(-2;7)$, $C(\frac{-1}{2};0)$ et $D(-5;\frac{3}{4})$.

Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Exercice 17

Soit A, B et C trois points du plan de coordonnées respectives : $(-4;1)$, $(-1;2)$ et $(1;-4)$.

- 1) Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.
- 2) Quelle est la nature du triangle ABC ?

Exercice 18

Soit ABC un triangle. Dans chaque cas, calculer la mesure en degré de l'angle \widehat{BAC} .

- 1) $AB = 3$, $AC = 4$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6\sqrt{3}$.
- 2) $AB = 16$, $AC = 48$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -133$.

On arrondira au degré près.

Exercice 19

Soit A, B et C trois points du plan de coordonnées respectives :

$(-5;-3)$, $(-1;-6)$ et $(-5;-1)$.

- 1) Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.
- 2) En déduire \widehat{BCA} en degré à 10^{-2} près.

Exercice 20

Soit ABC un triangle tel que $AB = \sqrt{13}$, $AC = \sqrt{5}$ et $BC = \sqrt{10}$.

Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Exercice 21

Soit ABC un triangle tel que $AB = \frac{3}{2}$, $AC = 6$ et $BC = \frac{5}{2}$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

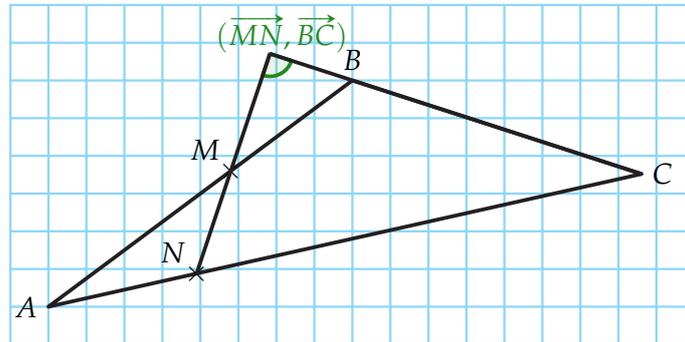
Exercice 22

Soit ABC un triangle tel que $AB = \sqrt{50}$, $AC = \sqrt{90}$ et $BC = \sqrt{41}$.

- 1)
 - a) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
 - b) En écrivant $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction du cosinus, déduire une valeur approchée en degré à 10^{-1} près de l'angle \widehat{BAC} .
- 2) Calculer les valeurs approchées à 10^{-1} près des autres angles du triangle ABC .

Exercice 23 - Ex 48 p 253

Soit le triangle ABC tel que $AB = 10$, $AC = 16$ et $BC = 8$ et soit les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$



- 1) Calculer $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC}$.
- 2) Calculer MN^2 .
- 3) En déduire une valeur approchée en degré à 10^{-1} près de l'angle géométrique $|\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}|$.

Exercice 24 - Ex 54 p 254 Soit A, B, C trois points du plan de coordonnées respectives $(1;5), (-7;3), (0;-2)$ et soit I le milieu du segment $[AB]$.

Déterminer la valeur exacte de l'aire du triangle ACI .

Exercice 25 - Ex 55 p 254 Soit A, B, C, D quatre points du plan de coordonnées respectives : $(-3;3), (2;5), (6;0)$ et $(1;-2)$.

- 1) Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
- 2) Déterminer une valeur approchée de l'aire de $ABCD$ à 10^{-2} près.

Exercice 26 - Ex 70 p 255

Dans un jeu vidéo, Super Ninja court pour échapper à ses ennemis. Il arrive au bord d'une rivière de 7 mètres de large et aperçoit un rocher triangulaire sur l'autre rive. Vite! Super Ninja doit couper un arbre pour traverser la rivière en le posant sur la pointe du rocher. Mais quelle longueur doit avoir au minimum son arbre? Heureusement que Super Ninja connaît les dimensions (en mètre) du rocher...

En utilisant les données de la figure ci-dessous, calculer SC . On arrondira au mètre près.

