Chapitre 4

Vecteurs - partie 1

I. Définitions et propriété

1) Norme d'un vecteur

Définition

....

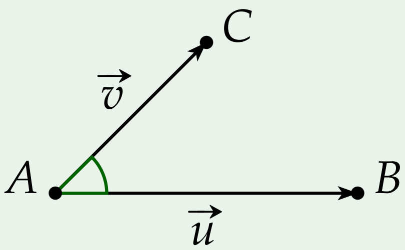
....

2) Produit scalaire

Définition

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan.
On appelle **produit scalaire** de $\vec{u}$ par $\vec{v}$, noté $\vec{u} \cdot \vec{v}$, le nombre réel défini par :

- ....
- ....



Remarques

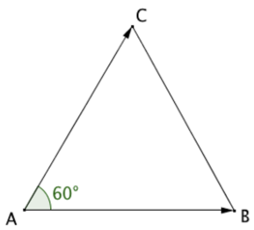
- $\vec{u} \cdot \vec{v}$ se lit $\vec{u}$ scalaire $\vec{v}$
- Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont deux représentants des vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ alors :
  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \cos\left(\widehat{BAC}\right)$
- Attention : Le produit scalaire de deux vecteurs est un nombre réel. Écrire par exemple $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{0}$ est une maladresse à éviter !

Méthode - calculer un produit scalaire

Enoncé : Calculer : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ sachant que $AB = 5$, $AC = 4\sqrt{2}$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \dfrac{\pi}{4}$

Méthode - Calculer un produit scalaire à l'aide du cosinus

Enoncé :
Soit un triangle équilatéral ABC de côté a. Calculer, en fonction de a, le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.



3) Propriété de symétrie du produit scalaire

Propriété

Pour tout vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a : ....

Démonstration

4) opérations sur les produits scalaires

Propriété

Pour tout vecteur $\vec{u}$,$\vec{v}$ et $\vec{w}$, on a :

1) ....

2) ....

5) Identités remarquables

Propriété

Pour tout vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a :

1) ....

2) ....

3) ....

Démonstration - 2ème formule :

II. Produit scalaire et orthogonalité

1) Vecteurs orthogonaux

Propriété

....

Démonstration

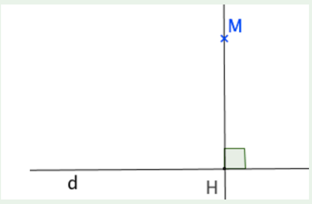
2) Projection orthogonale

Définition

....

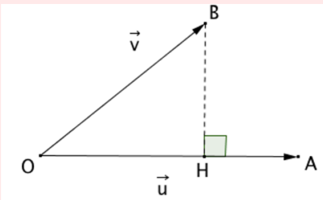
....

....



Propriété

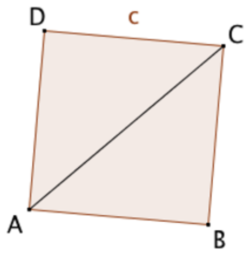
Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan tels que $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$.
H est le projeté orthogonal du point B sur la droite (OA). On a ....



Démonstration

Méthode - Calculer un produit scalaire par projection

Enoncé :
Soit un carré ABCD de côté c. Calculer, en fonction de c, les produits scalaires :



1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ **2)** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ **3)** $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB}$

Réponse :

III. Produit scalaire dans un repère orthonormé

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

Propriété

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnées respectives $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. On a : ....

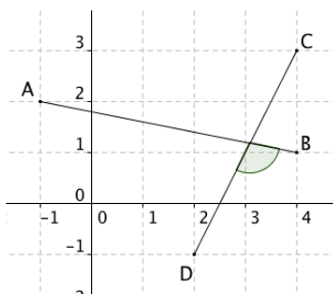
Démonstration

Méthode - Calculer un produit scalaire à l'aide des coordonnées

Enoncé :
Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$ deux vecteurs.
Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$
Réponse :

Méthode - Déterminer un angle à l'aide du produit scalaire

Enoncé :
Calculer la mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD})$ en lisant les coordonnées des points A, B, C et D dans le repère.



Réponse :