

Chapitre 05 - Fonction trigonométriques

Exercices

Exercices obligatoires

Exercice 1

résoudre l'équation donnée dans l'intervalle I.

- | | |
|--|--|
| 1) $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ avec $I = \mathbb{R}$. | 6) $\sin(x) = \frac{1}{2}$ avec $I =]-\pi; \pi]$. |
| 2) $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ avec $I = \mathbb{R}$. | 7) $\cos(x) = 0$ avec $I =]-\pi; \pi]$. |
| 3) $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ avec $I = \mathbb{R}$. | 8) $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ avec $I =]-\pi; \pi]$. |
| 4) $\cos(x) = \frac{1}{2}$ avec $I = \mathbb{R}$. | 9) $\sin(x) = 0$ avec $I =]-\pi; \pi]$. |
| 5) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ avec $I = [0; 2\pi[$. | 10) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ avec $I = [0; 4\pi[$. |

Exercice 2 - Cet exercice utilise des notions d'autres chapitres.

- 1) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2X^2 - 3X + 1 = 0$
 b) En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation : $2 \cos^2(x) - 3 \cos(x) + 1 = 0$
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} :
 a) $\cos^2(x) + \sqrt{2} \cos(x) + \frac{1}{2} = 0$.
 b) $\sin^2(x) - \cos^2(x) = 0$.

Exercice 3

Pour chacune des fonctions définies sur \mathbb{R} proposées, étudier sa parité et démontrer qu'elle est T - périodique.

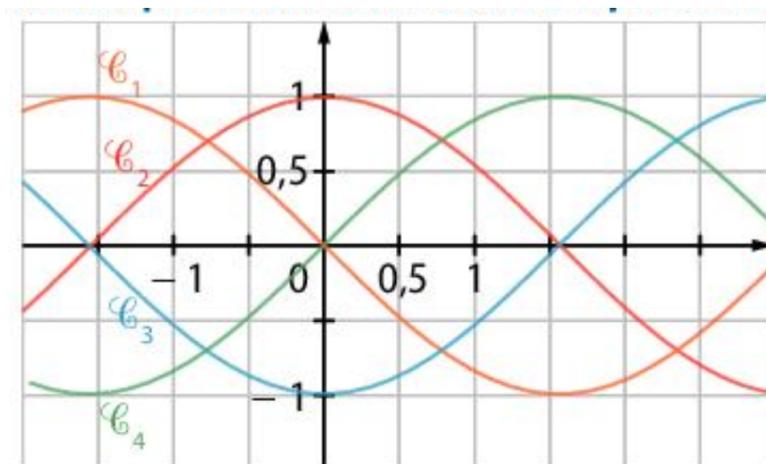
- 1) $f(x) = 3 + 2 \cos(x)$; $T = 2\pi$.
- 2) $g(x) = \sin^2(x)$; $T = \pi$.
- 3) $h(x) = |\sin(x)|$; $T = \pi$.
- 4) $p(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$; $T = \pi$.

Exercice 4

Étudier la parité de chacune des fonctions suivantes, définies sur \mathbb{R} .

- 1) $f(x) = x \cos(x)$
- 2) $g(x) = x \sin(x)$
- 3) $h(x) = x^2 \cos(x)$
- 4) $p(x) = x \sin^2(x)$

Pour les exercices 5 à 8, on considère les courbes C_1, C_2, C_3 et C_4 données dans le repère ci-dessous. Associer chaque fonction à sa courbe représentative.



Exercice 5

$f(x) = \sin(x); g(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2}); h(x) = \sin(x + \pi)$.

Exercice 6

$f(x) = \cos(x); g(x) = \cos(x + \frac{\pi}{2}); h(x) = \cos(x + \pi)$

Exercice 7

$f(x) = \sin(\pi - x); g(x) = \cos(\frac{\pi}{2} - x); h(x) = \cos(-x)$.

Exercice 8

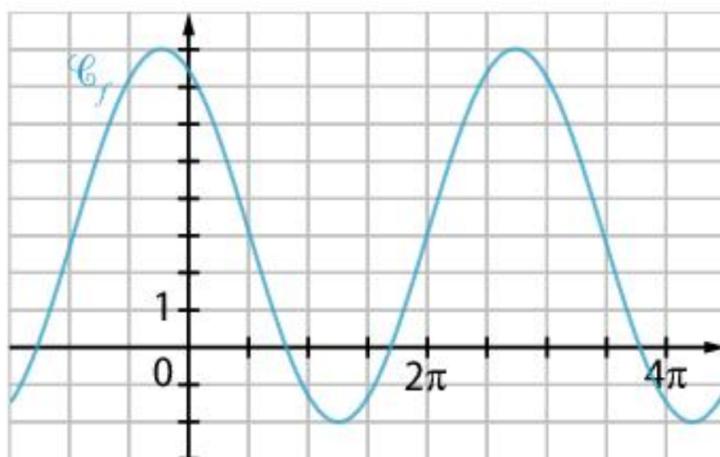
$f(x) = \sin(\frac{\pi}{2} - x); g(x) = \cos(\pi - x); h(x) = \sin(-x)$.

Exercice 9

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 3 - 5 \sin\left(\frac{2x - \pi}{3}\right)$$

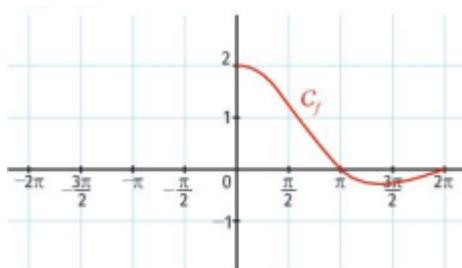
On donne ci-dessous une partie de sa représentation graphique.



- 1) On admet que 3 a exactement deux antécédents par f dans l'intervalle $[0; 3\pi]$.
 - a) À l'aide du graphique, conjecturer les valeurs exactes de ces antécédents.
 - b) Montrer par le calcul que ces valeurs conviennent.
- 2) Démontrer que la fonction f est 3π -périodique.
- 3) En déduire l'ensemble des antécédents de 3 par f dans \mathbb{R} .

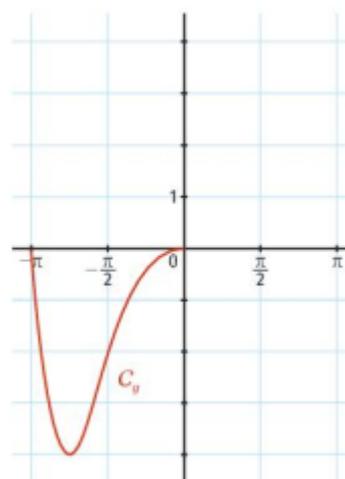
Exercice 10

Sachant que la fonction f est une fonction paire, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-2\pi; 2\pi]$.



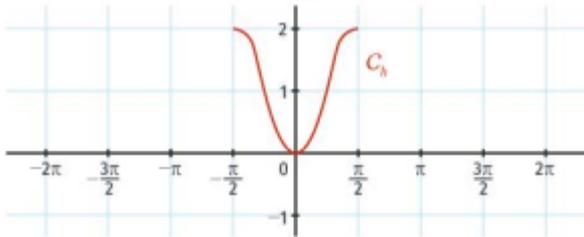
Exercice 11

Sachant que la fonction g est une fonction impaire, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-\pi; \pi]$.



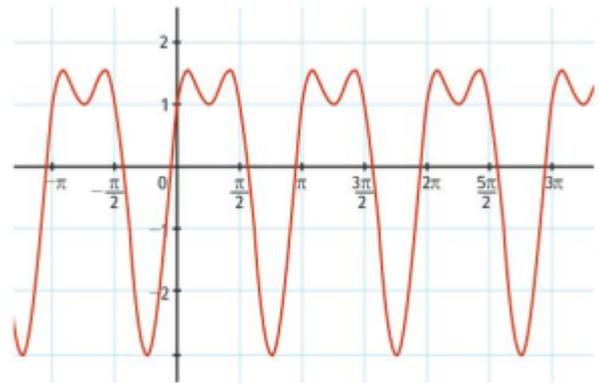
Exercice 12

Sachant que la fonction h est une fonction π -périodique, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-2\pi; 2\pi]$.



Exercice 13

Déterminer graphiquement la période de la fonction f dont on fournit la courbe représentative.



Exercices facultatifs

Exercice 14

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos(x) + x^2$.

- 1) Montrer que f est une fonction paire.
- 2) Que peut-on en déduire sur la courbe représentative de f ?

Exercice 15

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x + \sin(x)$.

- 1) Montrer que g est une fonction impaire.
- 2) Que peut-on en déduire sur la courbe représentative de g ?

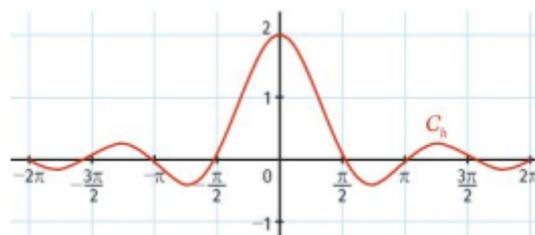
Exercice 16

En exprimant, pour tout réel x , $f(-x)$ à l'aide de $f(x)$, dire si les fonctions définies sur \mathbb{R} ci-dessous sont paires ou impaires.

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1) $f : x \mapsto x \times \sin(x)$ | 3) $f : x \mapsto (\sin(x))^2$ |
| 2) $f : x \mapsto x \times \cos(x)$ | 4) $f : x \mapsto \frac{x^2}{2 + \cos(x)}$ |

Exercice 17

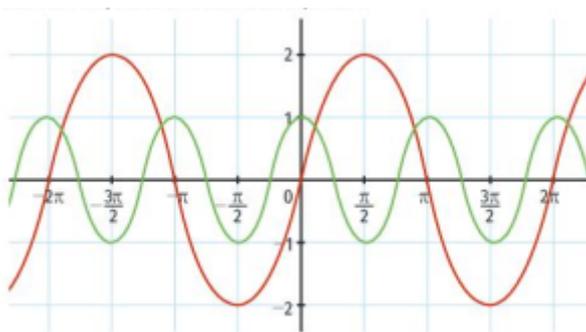
La fonction h dont la représentation graphique est fournie semble-t-elle paire? impaire? périodique?



Exercice 18

Donner à chaque courbe représentative la fonction qui lui correspond. Justifier la réponse.

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $f : x \mapsto 2 \sin(x)$ | 2) $g : x \mapsto \cos(2x)$ |
|------------------------------|-----------------------------|

**Exercice 19**

Dans chacun des cas suivants, déterminer, s'il existe, un nombre réel x vérifiant les conditions données. On pourra s'aider du cercle trigonométrique.

1) $\cos(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

a) $x \in [0; \pi[$

b) $x \in]-\pi; -\frac{\pi}{2}]$

3) $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

a) $x \in [\pi; 2\pi]$

b) $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

2) $\sin(x) = \frac{1}{2}$

a) $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right[$

b) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$

4) $\cos(x) = 3$ avec $x \in [0; 2\pi]$