Exercices obligatoires
Suites numériques

I. Généralités sur les suites

Exercice 1 – Ex 22 p 31 du LS
Pour chacune des suites suivantes, calculer u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 et u_{10} lorsque c'est possible.

1) $u_n = 3n + 7$
2) $u_n = \frac{n}{n+1} + 2$
3) $u_n = n^2 - 7n + 2$
4) $u_n = 2^n - 3$
5) $u_n = (-1)^n - n$
6) $u_n = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}n$

Exercice 2 – Ex 33 p 32 du LS
Pour chacune des suites définies pour tout entier naturel n, calculer les trois termes suivant le premier.

1) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 4n \end{cases}$
2) $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 + \dfrac{1}{2n+1} \end{cases}$
3) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_n = 5u_{n-1} - 2 \end{cases}$
4) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n \end{cases}$
5) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 2 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + n \end{cases}$

Exercice 3 – Ex 25 p 31 du LS
Représenter dans un repère les cinq premiers termes des suites définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

1) $u_n = 4n - 7$
2) $u_n = n^2 + 1$
3) $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

II. Suites arithmétiques

Exercice 4 – Ex 26 p 31 du LS
Les suites suivantes sont arithmétiques. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n puis calculer les cinq premiers termes.

1) $u_0 = 2$ et $r = 3$
2) $u_0 = 4$ et $r = -3$
3) $u_1 = 3$ et $r = \frac{1}{2}$
4) $u_1 = \frac{3}{4}$ et $r = \frac{1}{2}$

Exercice 5 – Ex 28 p 31 du LS
Les suites suivantes sont arithmétiques de raison r. Exprimer u_n en fonction de n, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1) $u_2 = 2$ et $r = 4$
2) $u_5 = 7$ et $r = -\frac{1}{2}$
3) $u_3 = 4$ et $r = 12$
4) $u_8 = \frac{37}{2}$ et $r = -\frac{1}{4}$

Exercice 6 – Ex 27 p 31 du LS
Déterminer si les suites suivantes sont arithmétiques. Si oui, donner le premier terme et la raison.

1) $u_n = 7n - 3$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2) $u_n = n^2 + 4$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 7, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$
4) $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + n + 9, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$

Exercice 7 – Ex 54 p 34 du LS
Pour chacune des suites suivantes, calculer u_{20}.

1) La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 3$ et telle que $u_7 = 12$.

2) La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 5$ et telle que $u_{25} = 17$.

3) La suite (u_n) est définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 7 \end{cases}$ pour $n \in \mathbb{N}$.

4) La suite (u_n) est définie par $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = u_n - 4 \end{cases}$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 8 – Ex 55 p 34 du LS

Déterminer si les suites suivantes sont arithmétiques. Si oui, donner le premier terme et la raison.

1) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{n+5}{n+1}$.

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{-3n+5}{8}$.

3) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{n^2+4n+3}{n+3}$.

4) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{n^2+1}{n+2}$.

Exercice 9 – Ex 56 p 34 du LS

À chaque fois, on donne deux termes d'une suite arithmétique (u_n) définie sur $\mathbb{N}$. Déterminer la raison et le premier terme puis exprimer, u_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.

1) $u_3 = 4$ et $u_8 = 24$.

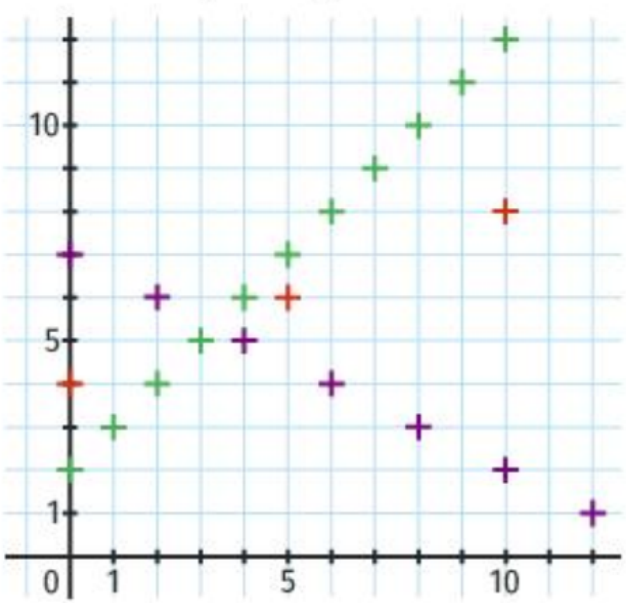
2) $u_5 = \frac{7}{4}$ et $u_9 = \frac{1}{4}$.

3) $u_{13} = 16$ et $u_{32} = -7$.

4) $u_{50} = 159$ et $u_{100} = 309$.

Exercice 10 – Ex 58 p 34 du LS

Dans le repère orthonormé ci-dessous, on a représenté quelques termes de trois suites arithmétiques. Pour chacune d'elle, déterminer le premier terme, la raison ainsi que l'expression de u_n en fonction de n. Donner la valeur de u_3 et u_6.



Exercice 11 – Ex 59 p 34 du LS

Lorentz place une somme de 1000 euros au taux simple annuel de 5% ; c'est-à-dire que chaque année, la somme placée augmentera de 5% de la somme initiale. Pour tout entier naturel n, u_n désigne le capital de Lorentz n années après son placement.

1) Déterminer u_0, u_1, u_2 et u_3.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

3) Prouver que la suite (u_n) est arithmétique. Donner sa raison et son premier terme u_0.

4) En déduire une expression de u_n en fonction de n.

5) Au bout de combien d'années le capital de Lorentz aura-t-il doublé ?

III. Somme des termes d'une suite arithmétique

Exercice 12 – Ex 60 p 34 du LS
Calculer les sommes suivantes.

1) $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 73$.
2) $T = 1 + 4 + 7 + \ldots + 40$.
3) $U = 71 + 72 + 73 + \ldots + 100$.
4) $V = 2 + 4 + 6 + \ldots + 50$.

Exercice 13 – Ex 61 p 35 du LS
Le but de l'exercice est de manipuler le symbole $\sum$.

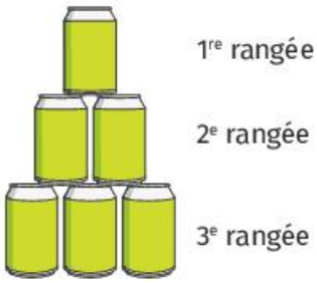
1) Écrire chaque somme en développant puis la calculer.

a) $S = \sum_{i=0}^{15}(2i+1)$
b) $T = \sum_{i=2}^{7}(3i-2)$

2) Écrire chaque somme avec le symbole $\sum$ puis la calculer.

a) $U = 3 + 6 + 9 + \ldots + 81$
b) $V = 5 + 9 + 13 + \ldots + 45$

Exercice 14 – Ex 62 p 35 du LS
On souhaite empiler des canettes de soda de cette manière. On note c_n le nombre de canettes sur la rangée n pour $n \in \mathbb{N}^*$.



1) Calculer les cinq premiers termes de la suite (c_n).
2) Conjecturer une expression de c_{n+1} en fonction de c_n pour $n \in \mathbb{N}^*$. Quelle est la nature de la suite ?
3) En déduire le terme général c_n en fonction de n.
4) Quel est le nombre total de canettes utilisées pour sept rangées ?
5) À l'aide de la calculatrice, déterminer combien de rangées on peut dresser avec 91 canettes.

Exercice 15 – Ex 64 p 35 du LS
Une famille décide d'épargner afin de pouvoir s'offrir un voyage en Égypte. La première année, elle économise 500 euros. Chaque année, elle augmente la somme épargnée de 100 euros. Pour $n \geqslant 1$, on note s_n, la somme épargnée l'année n.

1) Déterminer s_1, s_2 et s_3. Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, exprimer s_{n+1} en fonction de s_n.
2) En déduire l'expression de s_n en fonction de l'entier naturel $n \geqslant 1$.
3) A l'aide de la calculatrice, déterminer dans combien d'années la famille pourra partir en voyage sachant que le voyage coûte 4200 euros.