DS n°01
Dérivation

50 min - Calculatrice autorisée - Barème indicatif
Les élèves avec un tier-temps ne traitent pas les questions avec le symbole ✎

On veillera à ENCADRER ses résultats et soigner sa copie.
Les résultats doivent être justifiés par des calculs (au moins 1 étape intermédiaire).

Exercice 1 – 5 points

1) Calculer $f'(x)$ pour $f(x) = 2x^3 - \dfrac{3}{2}x^2 + x - 1$ sur $\mathbb{R}$.

2) Calculer $f'(x)$ pour $f(x) = \dfrac{x+1}{x-4}$ pour $x \neq 4$.

3) Calculer $f'(t)$ pour $f(t) = 40\mathrm{e}^{-0{,}5t+2}$ sur $\mathbb{R}$.

4) Calculer $f'(t)$ pour $f(t) = (2t-1)\mathrm{e}^{-t}$ sur $\mathbb{R}$.

5) Calculer $f'(t)$ pour $f(t) = \left(2t^2 - 3t + 1\right)^2$ sur $\mathbb{R}$.

6) Calculer $f'(x)$ pour $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ sur [-2 ; 2].

Exercice 2 – 4 points

Le circuit électrique ci-contre est formé d'un générateur de force électromotrice $E = 12{,}0$ V (Volts), et de résistance interne r $= 5{,}0\Omega$ et d'une résistance variable R, en Ohms (Ω).
La puissance absorbée par la résistance R est $\dfrac{144R}{(R+5)^2}$, en Watts.

1) Soit $P(R) = \dfrac{144R}{(R+5)^2}$.

   a) Calculer $P'(R)$, la dérivée de $P(R)$ sur $[0; +\infty[$.

   b) Dresser le tableau de signes de $P'(R)$ sur $[0; +\infty[$.

   c) En déduire le tableau de variation de P sur $[0; +\infty[$.

2) En déduire la valeur de R pour laquelle la puissance est maximale et préciser cette puissance.

Exercice 3 – 4 points

Une personne a consommé de l'alcool au cours d'un repas. Le taux d'alcoolémie dans son organisme, en grammes par litre de sang, est donné par $A(t) = 5te^{-t}$ avec $0 \leqslant t \leqslant 6$, où t est le temps écoulé depuis la fin du repas, en heures.

1) Déterminer $A'(t)$.

2) Dresser le tableau de signes de la dérivée sur $\mathbb{R}$

3) en déduire le tableau de variation de la fonction $A(t)$ sur $[0; 6]$

4) préciser le maximum de la fonction et au bout de combien de temps est-il atteint ?

Exercice 4 – 4 points

On considère la fonction $f : x \mapsto e^{3x^2+2x-1}$, définie sur $\mathbb{R}$

1) Calculer $f'(x)$ pour tout réel x.

2) Dresser le tableau de signes de la dérivée sur $\mathbb{R}$

3) En déduire le tableau de variations de f.

4) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $\mathbf{-1}$.

> **Propriété**
>
> Une équation de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse a est :
> $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Exercice 5 – ✎ – 4 points

Soit la fonction $f : x \mapsto \left(-x^2+x+1\right) e^x$ définie sur $\mathbb{R}$.

1) ✎ Calculer $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

2) ✎ Dresser le tableau de signes de la dérivée sur $\mathbb{R}$.

3) ✎ En déduire le tableau de variations de f.