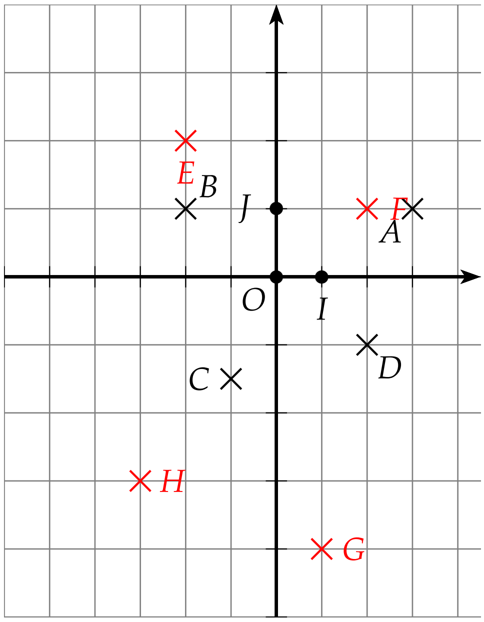
Correction - DS n°01 - Sujet A
Repérage

Exercice 1 - Nature du quadrilatère - (7 points)

1) quelle est la nature du repère (O ; I ; J) ci-contre ?

Le repère (O ; I ; J) est un repère orthogonal car $\widehat{IOJ} = 90°$ et $OI \neq OJ$. 1



2) Lire les coordonnées des points A, B, C et D . 1

$A\,(3\,;1)$, $B\,(-2\,;1)$, $C\,(-1\,;-1,5)$ et $D\,(2\,;-1)$

3) Placer les points $E(-2;2), F(2;1)$, $G(1;-4)$ et $H(-3;-3)$ 1

4) Calculer les coordonnées de M milieu de $[EG]$

$x_M = \dfrac{x_E + x_G}{2} = \dfrac{-2+1}{2} = -\dfrac{1}{2} = -0,5$ et
$y_M = \dfrac{y_E + y_G}{2} = \dfrac{2+(-4)}{2} = -\dfrac{2}{2} = -1$ 1,5

Donc $M\,(-0,5\,;-1)$

5) Calculer les coordonnées de P milieu de $[FH]$

$x_P = \dfrac{x_F + x_H}{2} = \dfrac{2+(-3)}{2} = -\dfrac{1}{2} = -0,5$ et $y_P = \dfrac{y_F + y_H}{2} = \dfrac{1+(-3)}{2} = -1$

Donc $P\,(-0,5\,;-1)$ 1,5

6) que peut-on en conclure quant à la nature du quadrilatère EFGH ?

Le quadrilatère EFGH est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu. 1

Exercice 2 ✎ - Triangle particulier - (4 points)

On considère les points $A(3;-1)$, $B(5;2)$ et $C(7;-1)$.

1) ✎ Calculer les longueurs AB, AC et BC.

- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(5-3)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{13}$ 1
- $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(7-5)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{13}$ 1
- $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(7-3)^2 + (-1-(-1))^2} = \sqrt{16} = 4$ 1

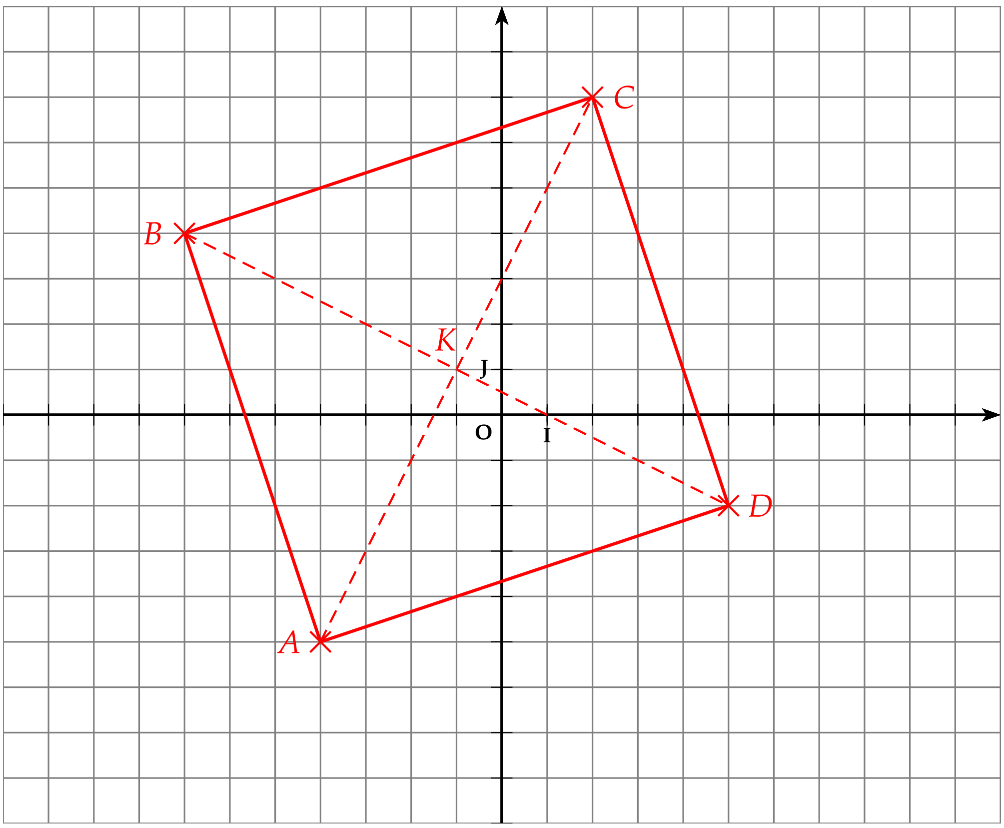
2) ✎ Donner la nature du triangle ABC.

On a $AB = BC$, donc ABC est un triangle isocèle. 1

Exercice 3 - Parallélogramme particulier - (9,5 points)

Dans le repère orthonormé (O,I,J), on considère les points A(-4 ; -5), B(-7 ; 4) et C(2 ; 7).

1) Placer ces points dans le repère (O,I,J) ci-après : 1



2) Déterminer par le calcul les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme de centre K. (K doit être le milieu des diagonales) 2,5

$x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-4+2}{2} = -1$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{-5+7}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$

Donc $K\,(-1\,;1)$

$x_K = \dfrac{x_B + x_D}{2} \iff x_D = 2x_K - x_B \iff x_D = 2 \times (-1) - (-7) \iff \boxed{x_D = 5}$

$y_K = \dfrac{y_B + y_D}{2} \iff y_D = 2y_K - y_B \iff y_D = 2 \times 1 - 4 \iff \boxed{y_D = -2}$

3) Conjecturer la nature du quadrilatère ABCD. 0,5 ABCD semble être un carré.

4) **a)** Montrer que $AC = BD$. (On prendra si nécessaire $D(\ 5\ ;\ -2\ )$).

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2-(-4))^2 + (7-(-5))^2} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ 1

$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(5-(-7))^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{12^2 + (-6)^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} = AC$ 1

b) Qu'est ce que cela implique pour la nature du parallélogramme ABCD ? 1

le parallélogramme ABCD a donc ses diagonales de même mesure. Il s'agit donc d'un rectangle.

5) Montrer que ABCD est un losange. 2

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-7-(-4))^2 + (4-(-5))^2} = \sqrt{(-3)^2 + 9^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2-(-7))^2 + (7-4)^2} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} = AB$

le parallélogramme ABCD a 2 côtés consécutifs de même longueur. Il s'agit donc d'un losange.

6) Déduire des questions précédentes la nature précise du parallélogramme ABCD en justifiant. 0,5

ABCD est donc à la fois un rectangle (question 4) et un losange (question 5). ABCD est donc un carré.