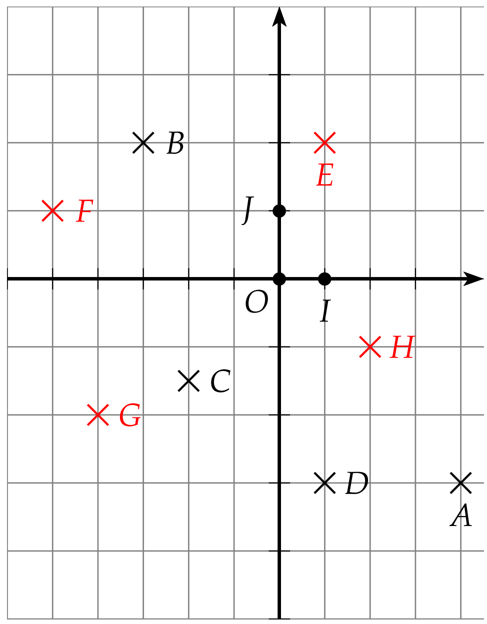
Correction - DS n°01 - Sujet B
Repérage

Exercice 1 - Nature du quadrilatère - (7 points)

1) quelle est la nature du repère $(O\,;\,I\,;\,J)$ ci-contre ?

Le repère $(O\,;\,I\,;\,J)$ est un repère orthogonal car $\widehat{IOJ} = 90°$ et $OI \neq OJ$. 1



2) Lire les coordonnées des points A, B, C et D . 1

$A\,(4\,;-3)$, $B\,(-3\,;2)$, $C\,(-2\,;-1{,}5)$ et $D\,(1\,;-3)$

3) Placer les points $E(1;2)$, $F(-5;1)$, $G(-4;-2)$ et $H(2;-1)$ 1

4) Calculer les coordonnées de M milieu de $[EG]$

$x_M = \dfrac{x_E + x_G}{2} = \dfrac{1+(-4)}{2} = -\dfrac{3}{2} = -1{,}5$ et

$y_M = \dfrac{y_E + y_G}{2} = \dfrac{2+(-2)}{2} = -\dfrac{0}{2} = 0$ 1,5

Donc $M\,(-1{,}5\,;0)$

5) Calculer les coordonnées de P milieu de $[FH]$

$x_P = \dfrac{x_F + x_H}{2} = \dfrac{-5+2}{2} = -\dfrac{3}{2} = -1{,}5$ et $y_P = \dfrac{y_F + y_H}{2} = \dfrac{1+(-1)}{2} = 0$

Donc $P\,(-1{,}5\,;0)$ 1,5

6) que peut-on en conclure quant à la nature du quadrilatère EFGH ?

Le quadrilatère EFGH est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu. 1

Exercice 2 ✎ - Triangle particulier - (4 points)

On considère les points $A(3;-1)$, $B(3;3)$ et $C(7;1)$.

1) ✎

- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3-3)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{16} = 4$ 1
- $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(7-3)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{20}$ 1
- $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(7-3)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{20}$ 1

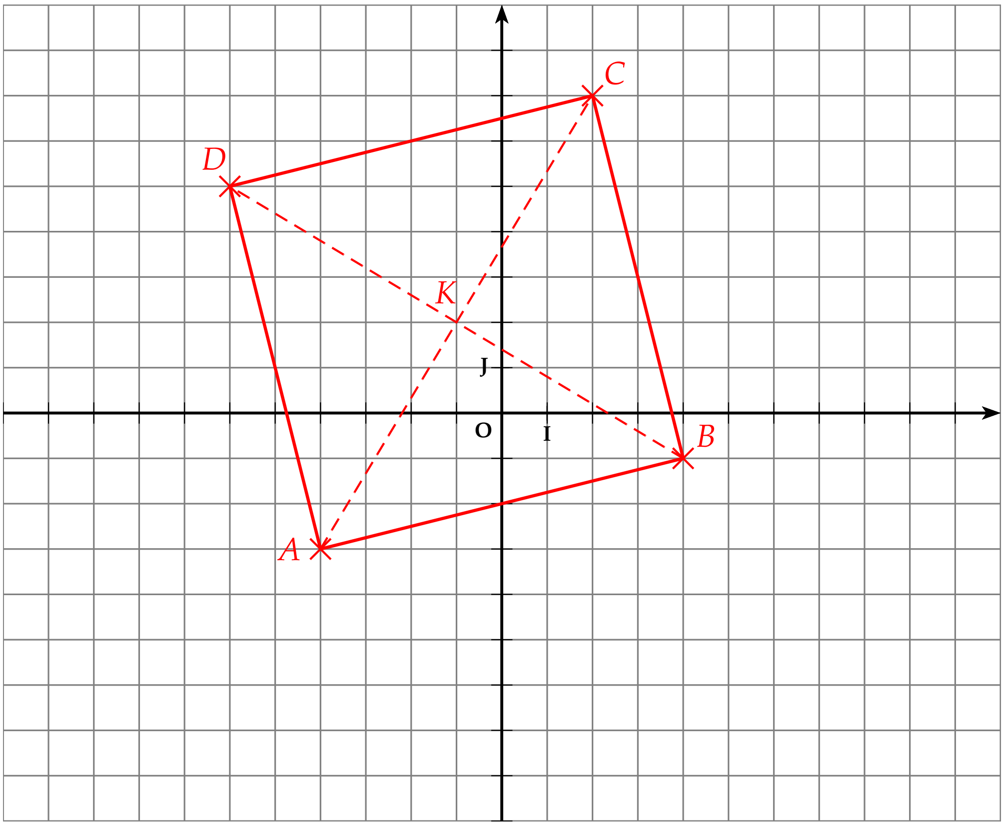
2) ✎ Donner la nature du triangle ABC.

On a $BC = AC$, donc ABC est un triangle isocèle. 1

Exercice 3 - Parallélogramme particulier - (9,5 points)

Dans le repère orthonormé (O,I,J), on considère les points A(-4 ; -3), B(4 ; -1) et C(2 ; 7).

1) Placer ces points dans le repère (O,I,J) ci-dessous : 1



2) Déterminer par le calcul les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme de centre K (K doit être le milieu des diagonales). 2,5

$x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-4+2}{2} = -1$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{-3+7}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$

Donc $K\,(-1\,;2)$

$x_K = \dfrac{x_B + x_D}{2} \iff x_D = 2x_K - x_B \iff x_D = 2\times(-1) - 4 \iff \boxed{x_D = -6}$

$y_K = \dfrac{y_B + y_D}{2} \iff y_D = 2y_K - y_B \iff y_D = 2\times 2 - (-1) \iff \boxed{y_D = 5}$

3) Conjecturer la nature du quadrilatère ABCD. 0,5 ABCD semble être un carré.

4) **a)** Montrer que $AC = BD$. (On prendra si nécessaire $D(-6\,;5\,)$).

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2-(-4))^2 + (7-(-3))^2} = \sqrt{6^2 + 10^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$ 1

$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(-6-4)^2 + (5-(-1))^2} = \sqrt{(-10)^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34} = AC$ ①

b) Qu'est ce que cela implique pour la nature du parallélogramme ABCD ? ①

le parallélogramme ABCD a donc ses diagonales de même mesure. Il s'agit donc d'un rectangle.

5) Montrer que ABCD est un losange. ②

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4-(-4))^2 + (-1-(-3))^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{68}$
$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2-4)^2 + (7-(-1))^2} = \sqrt{(-2)^2 + 8^2} = \sqrt{68} = AB$
le parallélogramme ABCD a 2 côtés consécutifs de même longueur. Il s'agit donc d'un losange.

6) Déduire des questions précédentes la nature précise du parallélogramme ABCD en justifiant. 0,5

ABCD est donc à la fois un rectangle (question 4) et un losange (question 5). ABCD est donc un carré.