Probabilité - Exercices Facultatifs

CHAPITRE 02 - PROBABILITÉS

EX 1

2S30-2

1. Dans un tiroir de la commode, il y a 21 t-shirts. 3 sont rouges, 6 sont verts, 6 sont bleus, 3 sont noirs et 3 sont blancs.
Quynh choisit au hasard l'un d'entre eux.
a. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des t-shirts verts ?
b. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des t-shirts noirs ?
c. Quelle est la probabilité que son choix ne tombe pas sur l'un des t-shirts rouges ?
d. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des t-shirts verts ou noirs ?

2. Dans un paquet de bonbons, il y a 18 nounours. 4 sont rouges, 2 sont verts, 4 sont bleus, 4 sont noirs et 4 sont jaunes.
Jean-Claude choisit au hasard l'un d'entre eux.
a. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des nounours jaunes ?
b. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des nounours bleus ?
c. Quelle est la probabilité que son choix ne tombe pas sur l'un des nounours rouges ?
d. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des nounours jaunes ou bleus ?

3. Dans le frigo, il y a 18 yaourts. 2 sont à la fraise, 5 sont à la vanille, 2 sont à l'abricot, 6 sont à l'ananas et 3 sont à la cerise.
Sébastien choisit au hasard l'un d'entre eux.
a. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des yaourts à la fraise ?
b. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des yaourts à la cerise ?
c. Quelle est la probabilité que son choix ne tombe pas sur l'un des yaourts à l'ananas ?
d. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des yaourts à la fraise ou à la cerise ?

4. Dans le frigo, il y a 19 desserts lactés. 3 sont au chocolat, 5 sont à la vanille, 4 sont au café, 3 sont à la pistache et 4 sont au caramel.
Kevin choisit au hasard l'un d'entre eux.
a. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des desserts lactés au café ?
b. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des desserts lactés à la vanille ?
c. Quelle est la probabilité que son choix ne tombe pas sur l'un des desserts lactés à la pistache ?
d. Quelle est la probabilité que son choix tombe sur l'un des desserts lactés au café ou à la vanille ?

EX 2 2S30-3

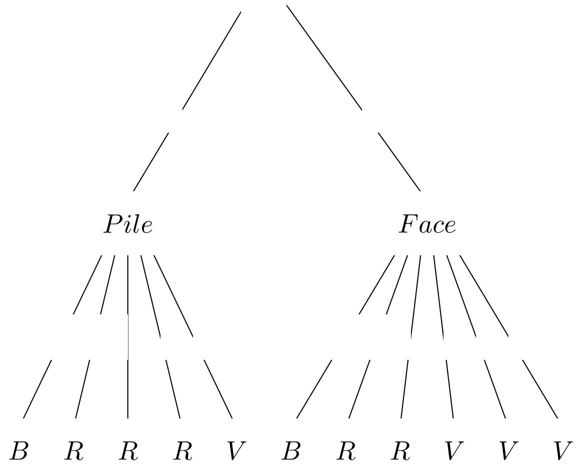
Dans une urne contenant des boules vertes et des boules bleues, on tire au hasard une boule et on regarde sa couleur.

La probabilité d'obtenir une boule verte est $\dfrac{4}{7}$.

Déterminer le nombre de boules bleues dans cette urne sachant qu'il y a 24 boules vertes.

EX 3 2S30-4

On lance une pièce équilibrée.
Si la pièce tombe sur 'Pile', on tire une boule dans une urne contenant 1 boule bleue, 3 boules rouges, et 1 boule verte.
Si la pièce tombe sur 'Face', on tire une boule dans une urne contenant 1 boule bleue, 2 boules rouges, et 3 boules vertes.
On a représenté l'expérience par l'arbre ci-dessous



Donner la probabilité d'obtenir une boule verte.

EX 4 2S30-5

1. Dans le frigo, il y a 12 yaourts. 2 sont à la vanille, 6 sont à la fraise et 4 sont à l'abricot.
   Diane en choisit un au hasard. Son frère Sébastien en choisit un au hasard à son tour.

   a. Combien d'issues possède cette experience aléatoire ? Donner un exemple d'issue.
   b. Est-ce une expérience en situation d'équiprobabilité ? Justifier.
   c. Calculer la probabilité que Diane et Sébastien aient choisi tous les deux un yaourt à la vanille.
   d. Calculer la probabilité qu'ils aient choisi des yaourts aux parfums identiques.
   e. Calculer la probabilité qu'ils aient choisi des yaourts aux parfums différents.

2. Dans le frigo, il y a 16 yaourts. 4 sont à la banane, 6 sont à la fraise et 6 sont à la vanille.
Quynh en choisit un au hasard. Son frère Olivier en choisit un au hasard à son tour.

a. Combien d'issues possède cette experience aléatoire ? Donner un exemple d'issue.
b. Est-ce une expérience en situation d'équiprobabilité ? Justifier.
c. Calculer la probabilité que Quynh et Olivier aient choisi tous les deux un yaourt à la banane.
d. Calculer la probabilité qu'ils aient choisi des yaourts aux parfums identiques.
e. Calculer la probabilité qu'ils aient choisi des yaourts aux parfums différents.

EX 5

2S30-7

1. Le personnel d'une entreprise est constitué de 160 personnes qui se répartissent de la manière suivante :

	Femmes	Hommes	Total
Cadres	14	35	49
Employés	32	79	111
Total	46	114	160

Au cours de la fête de fin d'année, le comité d'entreprise offre un séjour à la montagne à une personne choisie au hasard parmi les 160 personnes de cette entreprise.
On définit les évènements suivants :
C : « la personne choisie fait partie des cadres » ; F : « la personne choisie est une femme ».
a. Calculer la probabilité de l'événement : « la personne choisie est une femme qui fait partie des cadres ».

b. Calculer la probabilité de l'événement $\overline{F} \cup C$.

c. On sait que la personne choisie fait partie des employés.
Quelle est la probabilité que ce soit un homme ?

2. Le personnel d'une entreprise est constitué de 160 personnes qui se répartissent de la manière suivante :

	Femmes	Hommes	Total
Cadres	14	22	36
Employés	24	100	124
Total	38	122	160

Au cours de la fête de fin d'année, le comité d'entreprise offre un séjour à la montagne à une personne choisie au hasard parmi les 160 personnes de cette entreprise.
On définit les évènements suivants :
C : « la personne choisie fait partie des cadres » ; F : « la personne choisie est

une femme ».

a. Calculer la probabilité de l'événement $\overline{F} \cap \overline{C}$.

b. Calculer la probabilité de l'événement $\overline{F} \cup C$.

c. On sait que la personne choisie fait partie des employés.
Quelle est la probabilité que ce soit un homme ?

EX 6

2S30-7

1. Le personnel d'une entreprise est constitué de 140 personnes qui se répartissent de la manière suivante :

	Femmes	Hommes	Total
Cadres	10	33	43
Employés	21	76	97
Total	31	109	140

Au cours de la fête de fin d'année, le comité d'entreprise offre un séjour à la montagne à une personne choisie au hasard parmi les 140 personnes de cette entreprise.
On définit les évènements suivants :
C : « la personne choisie fait partie des cadres » ; F : « la personne choisie est une femme ».

a. Calculer la probabilité de l'événement : « la personne choisie est un homme qui fait partie des employés ».

b. Calculer la probabilité de l'événement $F \cup \overline{C}$.

c. On sait que la personne choisie fait partie des employés.
Quelle est la probabilité que ce soit un homme ?

2. Le personnel d'une entreprise est constitué de 160 personnes qui se répartissent de la manière suivante :

	Femmes	Hommes	Total
Cadres	10	14	24
Employés	32	104	136
Total	42	118	160

Au cours de la fête de fin d'année, le comité d'entreprise offre un séjour à la montagne à une personne choisie au hasard parmi les 160 personnes de cette entreprise.
On définit les évènements suivants :
C : « la personne choisie fait partie des cadres » ; F : « la personne choisie est une femme ».

a. Calculer la probabilité de l'événement $F \cap C$.

b. Calculer la probabilité de l'événement $\overline{F} \cup \overline{C}$.

c. On sait que la personne choisie fait partie des cadres. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ?

EX 7 2S30-6

Voici un tableau d'effectifs concernant deux événements A et B :

	A	$\overline{A}$	Total
B	17	48	65
$\overline{B}$	25	10	35
Total	42	58	100

Calculer $P(A \cup B)$.

EX 8 2S30-6

Soient A et B deux événements vérifiant :

- $P(A) = 0{,}67$ • $P(B) = 0{,}58$ • $P(A \cap B) = 0{,}29$.

Calculer $P(A \cup B)$.

EX 9 2S30-6

Soient A et B deux événements vérifiant :

- $P(\bar{A}) = 0{,}74$ • $P(\bar{B}) = 0{,}12$ • $P(A \cap B) = 0{,}17$.

Calculer $P(A \cup B)$.

EX 10 2S30-6

Soient A et B deux événements incompatibles vérifiant :

- $P(A) = 0{,}23$ • $P(B) = 0{,}36$.

Calculer $P(A \cup B)$.

EX 1

1. **a.** Il y a 6 t-shirts verts et il y a 21 t-shirts possibles.
La probabilité que son choix tombe sur l'un des t-shirts verts est donc de 6 chances sur 21, ce qui s'écrit aussi : $\frac{6}{21}$.
b. Il y a 3 t-shirts noirs et il y a 21 t-shirts possibles.
La probabilité que son choix tombe sur l'un des t-shirts noirs est donc de 3 chances sur 21, ce qui s'écrit aussi : $\frac{3}{21}$.
c. Il y a 3 t-shirts rouges, donc il y a $21-3=18$ autres t-shirts et il y a 21 t-shirts possibles.
La probabilité que son choix ne tombe pas sur l'un des t-shirts rouges est donc de 18 chances sur 21, ce qui s'écrit aussi : $\frac{18}{21}$.
d. La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le composent. Donc la probabilité que son choix tombe sur l'un des t-shirts verts ou noirs est :
$\frac{6}{21}+\frac{3}{21}=\frac{9}{21}=\frac{3\times\mathbf{3}}{7\times\mathbf{3}}=\frac{3}{7}$.

2. **a.** Il y a 4 nounours jaunes et il y a 18 nounours possibles.
La probabilité que son choix tombe sur l'un des nounours jaunes est donc de 4 chances sur 18, ce qui s'écrit aussi : $\frac{4}{18}$.
b. Il y a 4 nounours bleus et il y a 18 nounours possibles.
La probabilité que son choix tombe sur l'un des nounours bleus est donc de 4 chances sur 18, ce qui s'écrit aussi : $\frac{4}{18}$.
c. Il y a 4 nounours rouges, donc il y a $18-4=14$ autres nounours et il y a 18 nounours possibles.
La probabilité que son choix ne tombe pas sur l'un des nounours rouges est donc de 14 chances sur 18, ce qui s'écrit aussi : $\frac{14}{18}$.
d. La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le composent. Donc la probabilité que son choix tombe sur l'un des nounours jaunes ou bleus est :
$\frac{4}{18}+\frac{4}{18}=\frac{8}{18}=\frac{4\times\mathbf{2}}{9\times\mathbf{2}}=\frac{4}{9}$.

3. **a.** Il y a 2 yaourts à la fraise et il y a 18 yaourts possibles.
La probabilité que son choix tombe sur l'un des yaourts à la fraise est donc de 2 chances sur 18, ce qui s'écrit aussi : $\frac{2}{18}$.
b. Il y a 3 yaourts à la cerise et il y a 18 yaourts possibles.
La probabilité que son choix tombe sur l'un des yaourts à la cerise est donc de 3 chances sur 18, ce qui s'écrit aussi : $\frac{3}{18}$.
c. Il y a 6 yaourts à l'ananas, donc il y a $18-6=12$ autres yaourts et il y

a 18 yaourts possibles.
La probabilité que son choix ne tombe pas sur l'un des yaourts à l'ananas est donc de 12 chances sur 18, ce qui s'écrit aussi : $\mathbf{\frac{12}{18}}$.

d. La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le composent. Donc la probabilité que son choix tombe sur l'un des yaourts à la fraise ou à la cerise est :
$\frac{2}{18}+\frac{3}{18}=\frac{5}{18}$.

4. a. Il y a 4 desserts lactés au café et il y a 19 desserts lactés possibles.
La probabilité que son choix tombe sur l'un des desserts lactés au café est donc de 4 chances sur 19, ce qui s'écrit aussi : $\mathbf{\frac{4}{19}}$.

b. Il y a 5 desserts lactés à la vanille et il y a 19 desserts lactés possibles.
La probabilité que son choix tombe sur l'un des desserts lactés à la vanille est donc de 5 chances sur 19, ce qui s'écrit aussi : $\mathbf{\frac{5}{19}}$.

c. Il y a 3 desserts lactés à la pistache, donc il y a $19-3=16$ autres desserts lactés et il y a 19 desserts lactés possibles.
La probabilité que son choix ne tombe pas sur l'un des desserts lactés à la pistache est donc de 16 chances sur 19, ce qui s'écrit aussi : $\mathbf{\frac{16}{19}}$.

d. La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le composent. Donc la probabilité que son choix tombe sur l'un des desserts lactés au café ou à la vanille est :
$\frac{4}{19}+\frac{5}{19}=\frac{9}{19}$.

EX 2

La probabilité d'obtenir une boule verte est $\frac{4}{7}$, soit $\frac{24}{42}$.
Il y a donc 42 boules au total dans l'urne et donc $42-24=\mathbf{18}$ boules bleues.

EX 3

La probabilité que la pièce tombe sur 'Pile' est de $\frac{1}{2}$ et la probabilité de tirer une boule verte dans la première urne est de $\frac{1}{5}$.
La probabilité de l'issue ('Pile','verte') est donc : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$.
La probabilité que la pièce tombe sur 'Face' est de $\frac{1}{2}$ et la probabilité de tirer une boule verte dans la deuxième urne est de $\frac{1}{2}$.
La probabilité de l'issue ('Face','verte') est donc : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.
L'événement 'obtenir une boule verte' est réalisé par les issues ('Pile','verte') et

('Face','verte'), donc sa probabilité est la somme des probabilités calculées ci-dessus. La probabilité d'obtenir une boule verte est donc de $\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{7}{20}$.

EX 4

1. **a.** Diane peut avoir choisi un yaourt à la vanille, à la fraise ou à l'abricot. Une fois qu'elle a choisi, et comme il y a au moins 2 yaourts de chaque sorte, Sébastien a les mêmes 3 possibilités. Il y a donc $3\times3=9$ issues possibles.
Par exemple : Diane a pris un yaourt à la vanille et Sébastien un yaourt à la fraise. Ce qu'on peut noter (V,F).
Les 9 issues sont : (V,V) (V,F) (V,A) (F,V) (F,F) (F,A) (A,V) (A,F) (A,A) .
b. Comme le nombre de yaourts est différent d'un parfum à l'autre, Diane n'a pas la même probabilité de choisir n'importe quel parfum. On en déduit qu'il est impossible que les issues (V,V), (F,F) et (A,A) aient la même probabilité.
c. Il y a 2 yaourts à la vanille, et 12 yaourts en tout, la probabilité que Diane choisisse un yaourt à la vanille est : $\dfrac{2}{12}=\dfrac{1\times\mathbf{2}}{6\times\mathbf{2}}=\dfrac{1}{6}$.
Ensuite, il reste 1 yaourts à la vanille pour Sébastien sur un total de 11 yaourts. La probabilité qu'il choisisse à son tour et dans ces conditions ce parfum est : $\dfrac{1}{11}$.
La probabilité de l'issue (V,V) est le produit de ces deux probabilités, donc : $\dfrac{2}{12}\times\dfrac{1}{11}=\dfrac{1\times\mathbf{2}}{66\times\mathbf{2}}=\dfrac{1}{66}$.
d. Les probabilités des issues (F,F) et (A,A) peuvent être respectivement calculées de la même façon qu'à la question c) :
$\dfrac{6}{12}\times\dfrac{5}{11}=\dfrac{30}{132}$,
$\dfrac{4}{12}\times\dfrac{3}{11}=\dfrac{12}{132}$.
La probabilité qu'ils choisissent le même parfum est la somme des probabilités des issues (V,V), (F,F) et (A,A), soit :
$\dfrac{2}{132}+\dfrac{30}{132}+\dfrac{12}{132}$.
e. Choisir des parfums différents est l'événement contraire de l'événement dont on a calculé la probabilité à la question d).
La probabilité de cet événement est donc : $1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{3}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$.

2. **a.** Quynh peut avoir choisi un yaourt à la banane, à la fraise ou à la vanille. Une fois qu'elle a choisi, et comme il y a au moins 2 yaourts de chaque sorte, Olivier a les mêmes 3 possibilités. Il y a donc $3\times3=9$ issues possibles.
Par exemple : Quynh a pris un yaourt à la banane et Olivier un yaourt à la fraise. Ce qu'on peut noter (B,F).
Les 9 issues sont : (B,B) (B,F) (B,V) (F,B) (F,F) (F,V) (V,B) (V,F) (V,V) .
b. Comme le nombre de yaourts est différent d'un parfum à l'autre, Quynh n'a pas la même probabilité de choisir n'importe quel parfum. On en déduit qu'il est impossible que les issues (B,B), (F,F) et (V,V) aient la même probabilité.

c. Il y a 4 yaourts à la banane, et 16 yaourts en tout, la probabilité que Quynh choisisse un yaourt à la banane est : $\frac{4}{16}=\frac{1\times 4}{4\times 4}=\frac{1}{4}$.
Ensuite, il reste 3 yaourts à la banane pour Olivier sur un total de 15 yaourts. La probabilité qu'il choisisse à son tour et dans ces conditions ce parfum est : $\frac{3}{15}=\frac{1\times 3}{5\times 3}=\frac{1}{5}$.
La probabilité de l'issue (B,B) est le produit de ces deux probabilités, donc : $\frac{4}{16}\times\frac{3}{15}=\frac{1\times 12}{20\times 12}=\frac{1}{20}$.
d. Les probabilités des issues (F,F) et (V,V) peuvent être respectivement calculées de la même façon qu'à la question c) :
$\frac{6}{16}\times\frac{5}{15}=\frac{30}{240}$,
$\frac{6}{16}\times\frac{5}{15}=\frac{30}{240}$.
La probabilité qu'ils choisissent le même parfum est la somme des probabilités des issues (B,B), (F,F) et (V,V), soit :
$\frac{12}{240}+\frac{30}{240}+\frac{30}{240}$.
e. Choisir des parfums différents est l'événement contraire de l'événement dont on a calculé la probabilité à la question d).
La probabilité de cet événement est donc : $1-\frac{3}{10}=\frac{10}{10}-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$.

EX 5

1. **a.** La probabilité est donnée par :
$$P(F\cap C)=\frac{\text{Nombre de femmes cadres}}{\text{Effectif total}}=\frac{14}{160}.$$
b. La probabilité est donnée par :
$$\begin{aligned}P(\overline{F}\cup C)&=P(\overline{F})+P(C)-P(\overline{F}\cap C)\\&=\frac{114}{160}+\frac{49}{160}-\frac{35}{160}\\&=\frac{128}{160}\end{aligned}$$
c. La probabilité est donnée par :
$$P=\frac{\text{Nombre d'hommes employées}}{\text{Nombre d'employés}}=\frac{79}{111}.$$

2. **a.** La probabilité est donnée par :
$$P(\overline{F}\cap\overline{C})=\frac{\text{Nombre d'hommes employés}}{\text{Effectif total}}=\frac{100}{160}.$$
b. La probabilité est donnée par :

$$P(\overline{F}\cup C) = P(\overline{F}) + P(C) - P(\overline{F}\cap C)$$
$$= \frac{122}{160} + \frac{36}{160} - \frac{22}{160}$$
$$= \mathbf{\frac{136}{160}}$$

c. La probabilité est donnée par :
$P = \dfrac{\text{Nombre d'hommes employées}}{\text{Nombre d'employés}} = \mathbf{\dfrac{100}{124}}$.

EX 6

1. a. La probabilité est donnée par :
$P(\overline{F}\cap\overline{C}) = \dfrac{\text{Nombre d'hommes employés}}{\text{Effectif total}} = \mathbf{\dfrac{76}{140}}$.

b. La probabilité est donnée par :
$$P(F\cup\overline{C}) = P(F) + P(\overline{C}) - P(F\cap\overline{C})$$
$$= \frac{31}{140} + \frac{97}{140} - \frac{21}{140}$$
$$= \mathbf{\frac{107}{140}}$$

c. La probabilité est donnée par :
$P = \dfrac{\text{Nombre d'hommes employées}}{\text{Nombre d'employés}} = \mathbf{\dfrac{76}{97}}$.

2. a. La probabilité est donnée par :
$P(F\cap C) = \dfrac{\text{Nombre de femmes cadres}}{\text{Effectif total}} = \mathbf{\dfrac{10}{160}}$.

b. La probabilité est donnée par :
$$P(\overline{F}\cup\overline{C}) = P(\overline{F}) + P(\overline{C}) - P(\overline{F}\cap\overline{C})$$
$$= \frac{118}{160} + \frac{136}{160} - \frac{104}{160}$$
$$= \mathbf{\frac{150}{160}}$$

c. La probabilité est donnée par :
$P = \dfrac{\text{Nombre d'hommes cadres}}{\text{Nombre de cadres}} = \mathbf{\dfrac{14}{24}}$.

EX 7

On sait que $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$.

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$P(A\cup B) = 0{,}42 + 0{,}65 - 0{,}17$

$P(A\cup B) = 0{,}9$

Ainsi $P(A\cup B) = \mathbf{0{,}9}$.

EX 8

On sait que $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

$$\begin{aligned}P(A\cup B)&=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\\&=0{,}67+0{,}58-0{,}29\\&=0{,}96\end{aligned}$$

Ainsi $P(A\cup B)=\mathbf{0{,}96}$.

EX 9

On sait que $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

Or $P(A)=1-P(\bar{A})=0{,}26$ et $P(B)=1-P(\bar{B})=0{,}88$.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$P(A\cup B)=0{,}26+0{,}88-0{,}17$

$P(A\cup B)=0{,}97$

Ainsi $P(A\cup B)=\mathbf{0{,}97}$.

EX 10

Lorsque deux événements sont incompatibles, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$P(A\cup B)=0{,}23+0{,}36$

$P(A\cup B)=0{,}59$

Ainsi $P(A\cup B)=\mathbf{0{,}59}$.