

Chapitre 02 - Trigonométrie

Correction - Exercices d'entrainement

Exercice 1 - enroulement autour du cercle trigonométrique

En utilisant la figure ci-dessous, donner les points du cercle qui correspondent aux angles suivants. On détaillera la décomposition du nombre en donnant la mesure principale de l'angle.

1) $1313\pi = 1312\pi + \pi = 656 \times 2\pi + \boxed{\pi}$. La mesure principale est π . Il s'agit du point I'.

2) $\frac{242\pi}{6} = \frac{240\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} = 20 \times 2\pi + \boxed{\frac{\pi}{3}}$. La mesure principale est $\frac{\pi}{3}$. Il s'agit du point C.

3) $\frac{-53\pi}{3} = -\frac{54\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = 9 \times 2\pi + \boxed{\frac{\pi}{3}}$. La mesure principale est $\frac{\pi}{3}$. Il s'agit du point C.

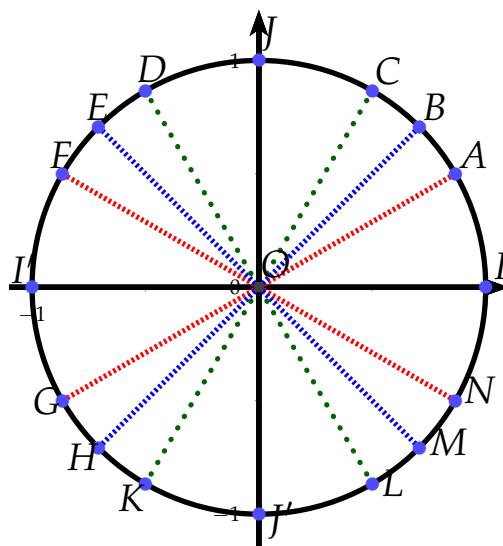
4) $\frac{53\pi}{4} = \frac{56\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = 7 \times 2\pi + \boxed{-\frac{3\pi}{4}}$. La mesure principale est $-\frac{3\pi}{4}$. Il s'agit du point H.

5) $1235\pi = 1234\pi + \pi = 656 \times 2\pi + \boxed{\pi}$. La mesure principale est π . Il s'agit du point I'.

6) $\frac{2435\pi}{6} = \frac{2436\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = 203 \times 2\pi + \boxed{-\frac{\pi}{6}}$. La mesure principale est $-\frac{\pi}{6}$. Il s'agit du point N.

7) $\frac{-253\pi}{3} = -\frac{252\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = -42 \times 2\pi + \boxed{-\frac{\pi}{3}}$. La mesure principale est $-\frac{\pi}{3}$. Il s'agit du point L.

8) $-\frac{123\pi}{4} = -\frac{120\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = -15 \times 2\pi + \boxed{-\frac{3\pi}{4}}$. La mesure principale est $-\frac{3\pi}{4}$. Il s'agit du point H.



Exercice 2 - même point image

Pour chacun des nombres suivants, déterminer deux autres réels ayant le même point image lors de l'enroulement de la droite numérique

1) $\frac{2\pi}{7} + 2\pi = \frac{2\pi}{7} + \frac{14\pi}{7} = \boxed{\frac{16\pi}{7}}$; $\frac{2\pi}{7} - 2\pi = \frac{2\pi}{7} - \frac{14\pi}{7} = \boxed{-\frac{12\pi}{7}}$

2) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi = \frac{5\pi}{6} + \frac{12\pi}{6} = \boxed{\frac{17\pi}{6}}$; $\frac{5\pi}{6} - 2\pi = \frac{5\pi}{6} - \frac{12\pi}{6} = \boxed{-\frac{7\pi}{6}}$

3) $\frac{-2\pi}{3}$ $\frac{-2\pi}{3} + 2\pi = \frac{-2\pi}{3} + \frac{6\pi}{3} = \boxed{\frac{4\pi}{3}}$; $\frac{-2\pi}{3} - 2\pi = \frac{-2\pi}{3} - \frac{6\pi}{3} = \boxed{-\frac{8\pi}{3}}$

4) $\frac{3\pi}{4}$ $\frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{3\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \boxed{\frac{11\pi}{4}}$; $\frac{3\pi}{4} - 2\pi = \frac{3\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = \boxed{-\frac{5\pi}{4}}$

5) $\frac{3\pi}{5}$ $\frac{3\pi}{5} + 2\pi = \frac{3\pi}{5} + \frac{10\pi}{5} = \boxed{\frac{13\pi}{5}}$; $\frac{3\pi}{5} - 2\pi = \frac{3\pi}{5} - \frac{10\pi}{5} = \boxed{-\frac{7\pi}{5}}$

6) $\frac{7\pi}{8}$ $\frac{7\pi}{8} + 2\pi = \frac{7\pi}{8} + \frac{16\pi}{8} = \boxed{\frac{23\pi}{8}}$; $\frac{7\pi}{8} - 2\pi = \frac{7\pi}{8} - \frac{16\pi}{8} = \boxed{-\frac{9\pi}{8}}$

7) $\frac{-4\pi}{3}$ $\frac{-4\pi}{3} + 2\pi = \frac{-4\pi}{3} + \frac{6\pi}{3} = \boxed{\frac{2\pi}{3}}$; $\frac{-4\pi}{3} - 2\pi = \frac{-4\pi}{3} - \frac{6\pi}{3} = \boxed{-\frac{10\pi}{3}}$

8) $-\frac{9\pi}{4}$ $-\frac{9\pi}{4} + 2\pi = -\frac{9\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} = \boxed{-\frac{\pi}{4}}$; $-\frac{9\pi}{4} - 2\pi = -\frac{9\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = \boxed{-\frac{17\pi}{4}}$

Exercice 3 - convertir en degrés

Pour chacun des angles suivants, convertir l'angle en degré. On arrondira si nécessaire à 1 chiffre après la virgule

1) $\frac{3\pi}{16}$ rad $= \frac{3\pi}{16} \times \frac{180}{\pi} = 33,75^\circ$

3) $\frac{15\pi}{6}$ rad $= \frac{15\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = 450^\circ$

2) $\frac{2\pi}{7}$ rad $= \frac{2\pi}{7} \times \frac{180}{\pi} \approx 51,4^\circ$

4) $\frac{17\pi}{8}$ rad $= \frac{17\pi}{8} \times \frac{180}{\pi} = 382,5^\circ$

Exercice 4 - convertir en radians

Pour chacun des angles suivants, convertir l'angle en radian. On donnera la valeur exacte.

1) 85° $= 85 \times \frac{\pi}{180} = \frac{17\pi}{36}$ rad

3) 255° $= 255 \times \frac{\pi}{180} = \frac{17\pi}{12}$ rad

2) 290° $= 290 \times \frac{\pi}{180} = \frac{29\pi}{18}$ rad

4) 640° $= 640 \times \frac{\pi}{180} = \frac{32\pi}{9}$ rad

Exercice 5 - cosinus et sinus

En utilisant le cercle trigonométrique de l'exercice 1, recopier et compléter le tableau suivant :

x	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{4}$	$\frac{17\pi}{6}$	-9π	$-\frac{11\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{13\pi}{2}$
Point image	D	E	F	I'	J	M	N	J'
$\cos(x)$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
$\sin(x)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1

Exercice 6

Sans calculatrice, calculer et réduire au même dénominateur les expressions suivantes. On pourra s'aider du cercle trigonométrique et on indiquera les étapes intermédiaires.

1) $\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{-5\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$

2) $\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) - \cos(4\pi) + \sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos(0) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

3) $\cos(-2017\pi) - \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

$$= \cos(\pi) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

4) $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 0 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Exercice 7

Sans calculatrice, calculer les expressions suivantes. On pourra s'aider du cercle trigonométrique et on indiquera les étapes intermédiaires s'il y en a.

1) $\cos^2\left(\frac{-4\pi}{15}\right) + \sin^2\left(\frac{-4\pi}{15}\right) = 1$ car $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

2) $\cos^2\left(\frac{-\pi}{3}\right) - \sin^2\left(\frac{-\pi}{3}\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) - \left(-\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$

3) $\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) \times \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cos(-3\pi)$

$$= -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \times \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos(\pi) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - (-1) = -\frac{3}{4} + 1 = \frac{1}{4}$$

4) $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{\cos^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)} = \frac{-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\left(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{4}{1} = -2\sqrt{2}$