Chapitre 1

Exercices - Généralités sur les fonctions

I. Intervalles de $\mathbb{R}$

Exercice 1 - 34 p 41
Représenter l'ensemble des réels x vérifiant la condition donnée et l'écrire sous forme d'intervalle.

1) $x \geqslant 1$ **2)** $x \leqslant 3$ **3)** $x > 4$ **4)** $x < 0$

Exercice 2 - 35 p 41
Représenter, sur la droite numérique, les ensembles de réels x suivants et les écrire sous forme d'intervalles :

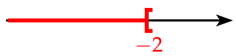
1) **a)** $x < 4$ **b)** $x \leqslant -2$ **c)** $x > 3$

2) **a)** $0 < x < 3$ **b)** $-3 \leqslant x \leqslant 4$ **c)** $1 \leqslant x \leqslant 4$

3) **a)** $-1 \leqslant x \leqslant 4$ **b)** $0 < x < 5$ **c)** $-2 \leqslant x < 5$

Exercice 3 - 36 p 41
Écrire, à l'aide d'intervalles, l'ensemble des réels x tels que $x \leqslant 3$ ou $x \geqslant 5$.

Exercice 4 - 37 p 41

Inégalité	En vert sur la droite graduée	Intervalle
$-10 < x \leqslant 21$		$x \in$]-10 ; 21]
		
$1 < x < 7$		
		$x \in]-3;+\infty[$
		

Exercice 5 - 38 p 42
Sans calculatrice
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1) $-3,1 \in [-4;-3]$ **2)** $2,3 \times 10^{-2} \in [2;3]$ **3)** $\frac{1}{4} \in \left[\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right]$ **4)** $\frac{2}{5} \in \left[\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$

Exercice 6 - 39 p 42
Sans calculatrice
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1) $\frac{2}{3} \in \left[\frac{3}{4};1\right]$ **2)** $-\frac{1}{5} \in \left[-\frac{1}{4};0\right]$ **3)** $\frac{3}{5} \in \left[\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right]$ **4)** $-\frac{4}{5} \in \left[-1;-\frac{3}{4}\right]$

II. Représentation graphique d'une fonction

Exercice 7 (Vérifier si un point appartient à une courbe)
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 3x$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

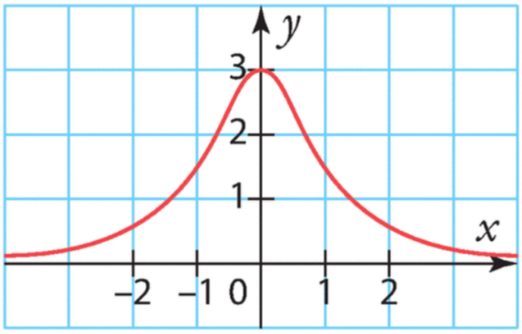
1) Écrire l'équation de la courbe $\mathscr{C}_f$.

2) Les points suivants appartiennent-ils à $\mathscr{C}_f$?

a) $A(1;1)$ **b)** $B\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ **c)** $C(-3;-30)$ **d)** $D\left(-10^2;-170\right)$

Exercice 8 Lecture graphique d'images et d'antécédents

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Par lecture graphique, déterminer :



1) l'image de -1 par f.

2) l'image de 0 par f.

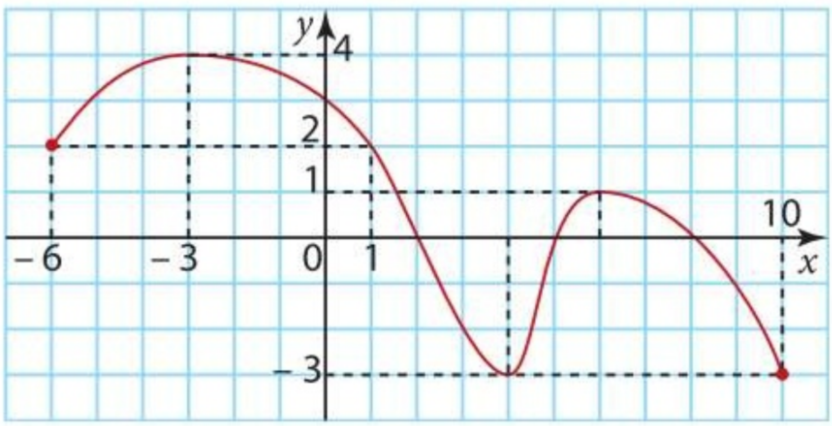
3) le (ou les) antécédent(s) de 1 par f.

4) le (ou les) antécédent(s) de 3 par f.

III. Résolution graphique d'équations et d'inéquations

Exercice 9 - 31 p 145

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-6;10]$.



1) Résoudre graphiquement les équations :

a) $f(x)=2$

b) $f(x)=-3$

c) $f(x)=4$

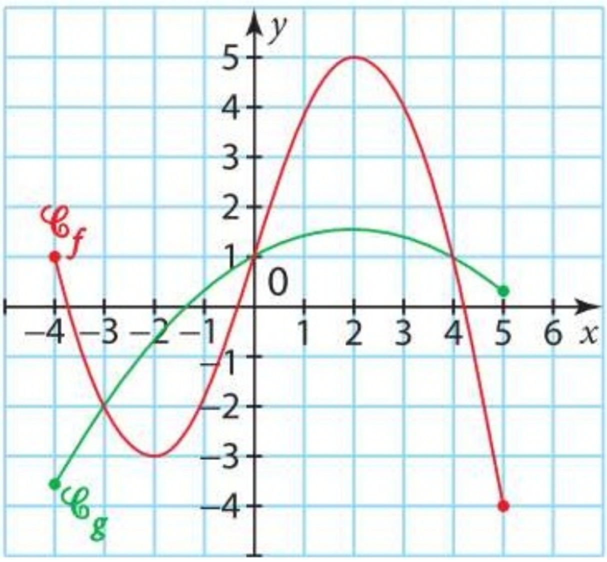
d) $f(x)=1$

2) Combien de solutions possède l'équation $f(x)=3$?

En donner des valeurs approchées à la précision de lecture graphique près.

Exercice 10 - 32 p 145

Résoudre graphiquement les équations :



1) $f(x)=4$

2) $f(x)=1$

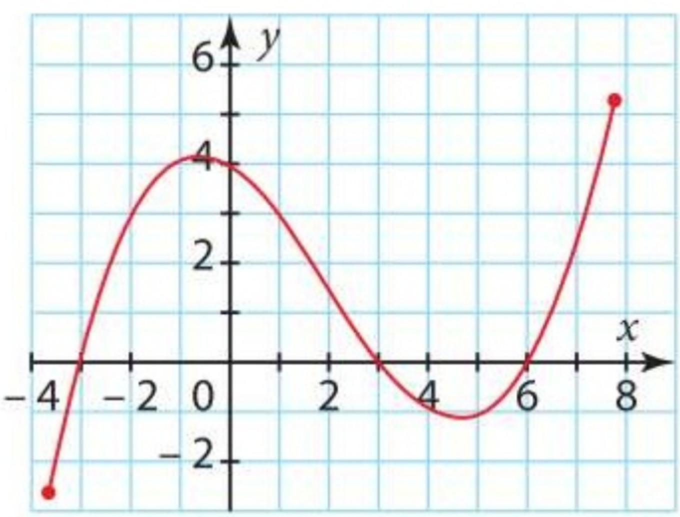
3) $g(x)=-2$

4) $g(x)=2$

5) $g(x)=0$

6) $f(x)=g(x)$

Exercice 11 - 24 p 170 La courbe ci-dessous représente une fonction f.



1) Lire les images de 1 , de 5 et de 0 par f.

2) Lire $f(-2)$ et $f(-3)$.

3) Déterminer, à la précision de lecture graphique près, les valeurs de x telles que :

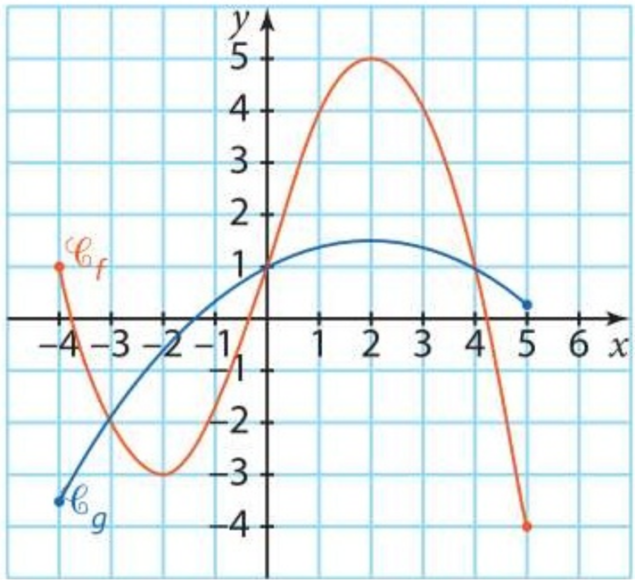
a) $f(x) > 3$

b) $f(x) \geqslant 3$

c) $f(x) < 3$

d) $f(x) \leqslant 3$

Exercice 12 - 25 et 26 p 170



Résoudre graphiquement les inéquations, les fonctions f et g étant représentées ci-contre.

1) $f(x) < 4$

2) $f(x) \leqslant 4$

3) $f(x) > 1$

4) $g(x) \geqslant -2$

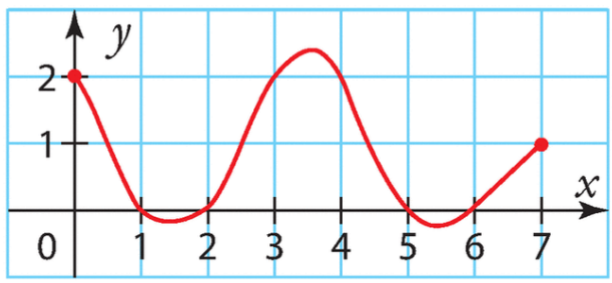
5) $f(x) < g(x)$

6) $f(x) > g(x)$

7) $f(x) < 0$

Exercice 13 Résoudre graphiquement des équations

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[0;7]$. Estimer les solutions des équations suivantes. :



1) $f(x) = 2$

2) $f(x) = 0$

3) $f(x) = -1$

4) $f(x) = 1$

Exercice 14 Résoudre graphiquement des inéquations

Voici la courbe représentative d'une fonction h définie sur $[-5;5]$. Estimer les solutions des inéquations suivantes.

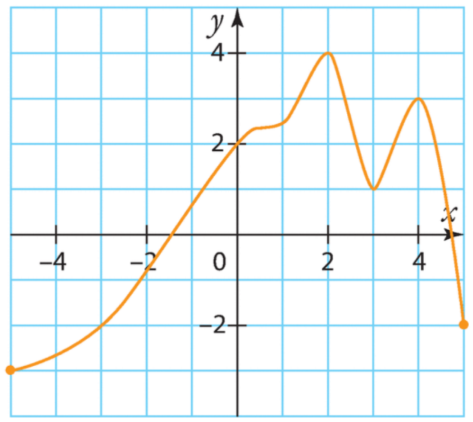
1) $h(x) \geqslant 0$

2) $h(x) < -4$

3) $h(x) < -2$

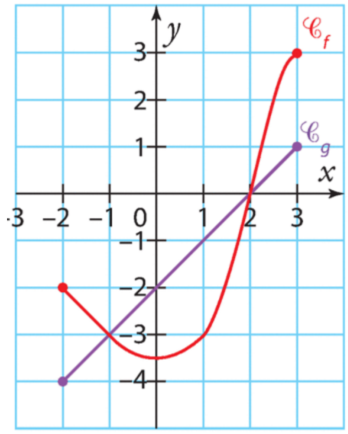
4) $h(x) \leqslant -2$

5) $h(x) > 2$



Exercice 15 Comparaison de la position relative de 2 courbes

Voici les courbes représentatives d'une fonction f et d'une fonction g définies sur $[-2;3]$. Résoudre graphiquement les équations et inéquations.



1) $g(x) = f(x)$

2) $g(x) \leqslant f(x)$

3) $f(x) < -3$

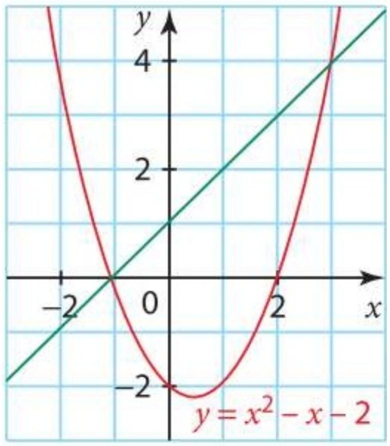
4) $g(x) < 2$

5) $f(x) \geqslant -2$

Exercice 16 - 29 p 170

Soit les fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 - x - 2$ et $g(x) = x + 1$ représentées respectivement par la courbe rouge (pour f) et la droite verte (pour g).

Résoudre à l'aide du graphique ci-contre les inéquations :



1) $f(x) \leqslant 0$

2) $f(x) > -2$

3) $f(x) > g(x)$

4) $g(x) \geqslant f(x)$

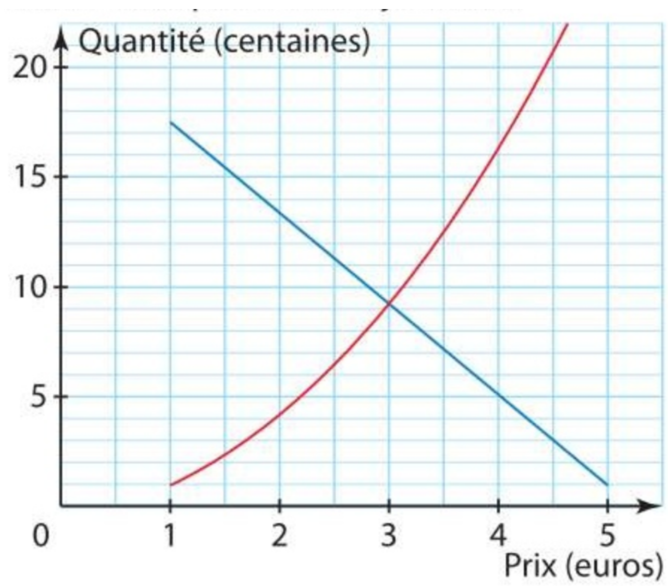
Exercice 17 - 38 p 171

Une entreprise souhaite fabriquer et vendre des sacs en papier. Une étude lui permet de connaître la demande, c'est-à-dire la quantité demandée par les consommateurs en fonction du prix ; d'autre part l'entreprise modélise l'offre, c'est-à-dire la quantité qu'elle souhaiterait vendre en fonction du prix fixé.

La demande est modélisée par une fonction f et l'offre par une fonction g. Le prix peut varier entre 1 et 5.

Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle $[1;5]$ par $f(x) = x^2$ et $g(x) = -4x + 21$ On a représenté ces deux fonctions ci-dessous.

1) **a)** Identifier chaque courbe (justifier).



b) Interpréter les sens de variation de f et g dans le contexte économique donné.

2) Déterminer l'offre et la demande pour un prix de $2,50$.

3) Lorsque l'offre est égale à la demande, on parle de prix d'équilibre.
Déterminer par lecture graphique ce prix d'équilibre. Quelle est alors la quantité produite ?

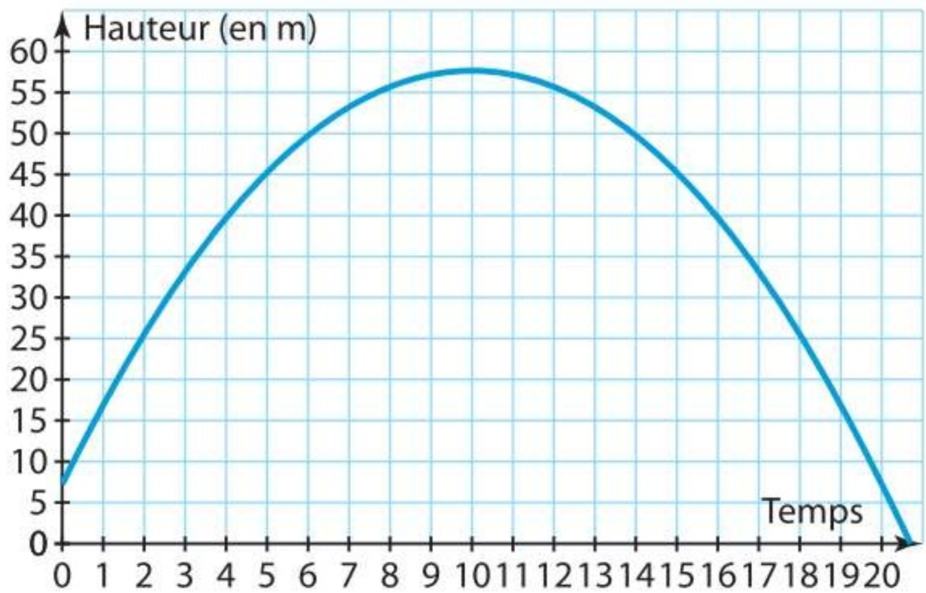
4) **a)** Déterminer à partir de quel prix la demande devient supérieure à l'offre.

b) Montrer que $f(x) - g(x) = (x+2)^2 - 25$.

c) Résoudre par le calcul la question 4.a.

Exercice 18 - 40 p 172

Lors d'un feu d'artifice, un artificier va lancer des fusées depuis une plateforme en hauteur. La courbe suivante représente la hauteur en mètres de la fusée par rapport au sol, en fonction du temps écoulé depuis le lancement, en dixième de secondes.



1) **a)** À quelle hauteur se trouve la fusée lors de son lancement ? Au bout de $0,3$ s ?

b) Pour des raisons de sécurité, elle ne doit exploser qu'à une altitude d'au moins 40 m . Quel est l'intervalle de temps possible ? (Expliquer)

c) Pour un meilleur effet, la fusée doit exploser le plus haut possible. Au bout de combien de temps doit-elle exploser et à quelle altitude ?

2) Soit f la fonction représentée par la courbe sur le graphique. Traduire chacune des questions 1.a, 1.b, 1.c par une question sur la fonction f.

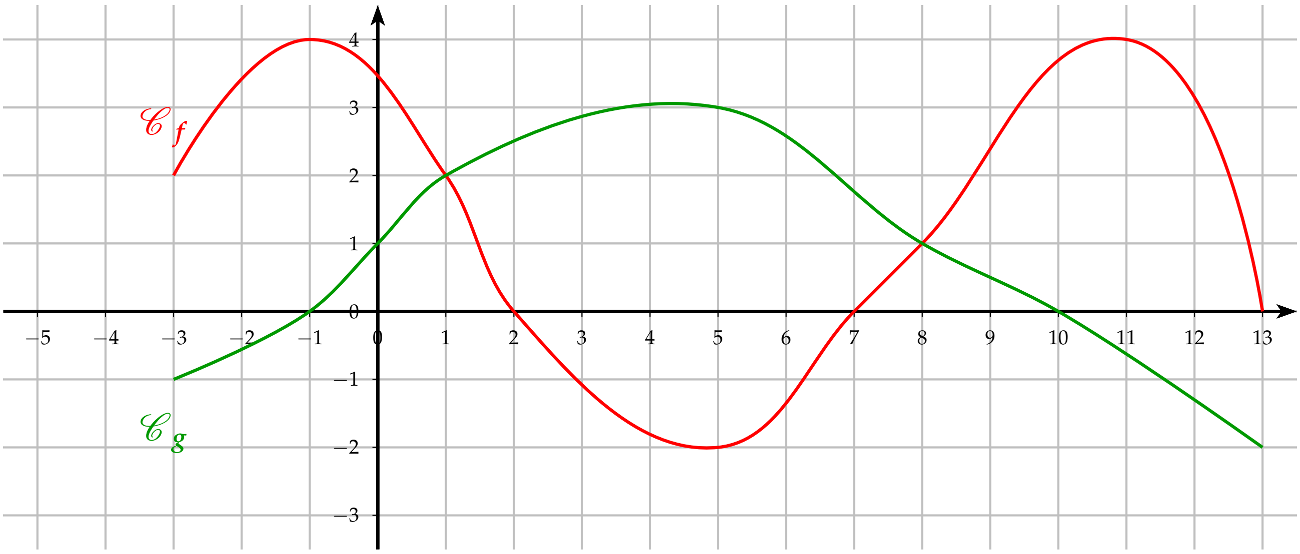
3) Pour tout t de $[0;20]$, $f(t) = -0,5t^2 + 10t + 8$.

a) Montrer que, pour tout t de $[0;20]$, on a $f(t) = -0,5(t-10)^2 + 58$.

b) Retrouver, ou préciser, par le calcul les résultats donnés en question 1 .

Exercice 19 Synthèse

On dispose des représentations graphiques C_f et C_g des fonctions f et g



1) Donner le domaine de définition de f et de g.

2) Donner le ou les antécédents par f de :

a) 4

b) 0

3) Donner l'image par g de :

a) 5

b) 6

c) -1

4) Résoudre graphiquement $g(x) = 1$ et $g(x) = 0$.

5) Combien le nombre 3 a-t-il d'antécédents par f ?

6) Donner un nombre dont l'image est -2 par f.

7) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes : $f(x) \leqslant 2$ et $g(x) < 4$.

8) Soit un réel m. Indiquer les valeurs de m pour lesquelles l'équation $f(x) = m$ admet exactement deux solutions.

9) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

Exercice 20 — Parité

1) Montrer que la fonction $f(x) = 5x^2 - 3$ est une fonction paire

2) Montrer que la fonction $g(x) = \dfrac{5}{2x}$ est une fonction impaire

3) Etudier la parité de la fonction $h(x) = 5x + 2$