

Chapitre 3

Exercices facultatifs - Correction

Généralités sur les fonctions

Exercice 1 Compléter avec $\in$ ou $\notin$.

- 1) $-1 \notin [0; 1]$ 2) $0,75 \in [0; 1]$ 3) $1 \in [0; 1]$ 4) $1 \notin]0; 1[$ 5) $0 \in [0; 1[$

Exercice 2 Compléter le tableau ci-dessous.

Inégalité	Signification	Notation	Représentation
$-1 \leq x < 12$	x est compris entre -1 (inclus) et 12 (exclus)	$x \in [-1; 12[$	
$-3 \leq x \leq 7$	x est compris entre -3 (inclus) et 7 (inclus)	$x \in [-3; 7]$	
$4 < x \leq 10$	x est compris entre 4 (exclus) et 10 (inclus)	$x \in]4; 10]$	
$x > 10$	x est strictement supérieur à 10	$x \in]10; +\infty]$	
$5,5 < x < 8,2$	x est compris entre 5,5 (exclus) et 8,2 (exclus)	$x \in]5,5; 8,2[$	
$x \leq \sqrt{5}$	x est inférieur ou égal à $\sqrt{5}$	$x \in]-\infty; \sqrt{5}]$	
$7 \leq x$	x est supérieur ou égal à 7	$x \in [7; +\infty[$	
$x \geq 0$	x est supérieur ou égal à 0	$x \in [0; +\infty[$	

Exercice 3 Ecrire sous forme d'intervalle les ensembles de nombres réels vérifiant :

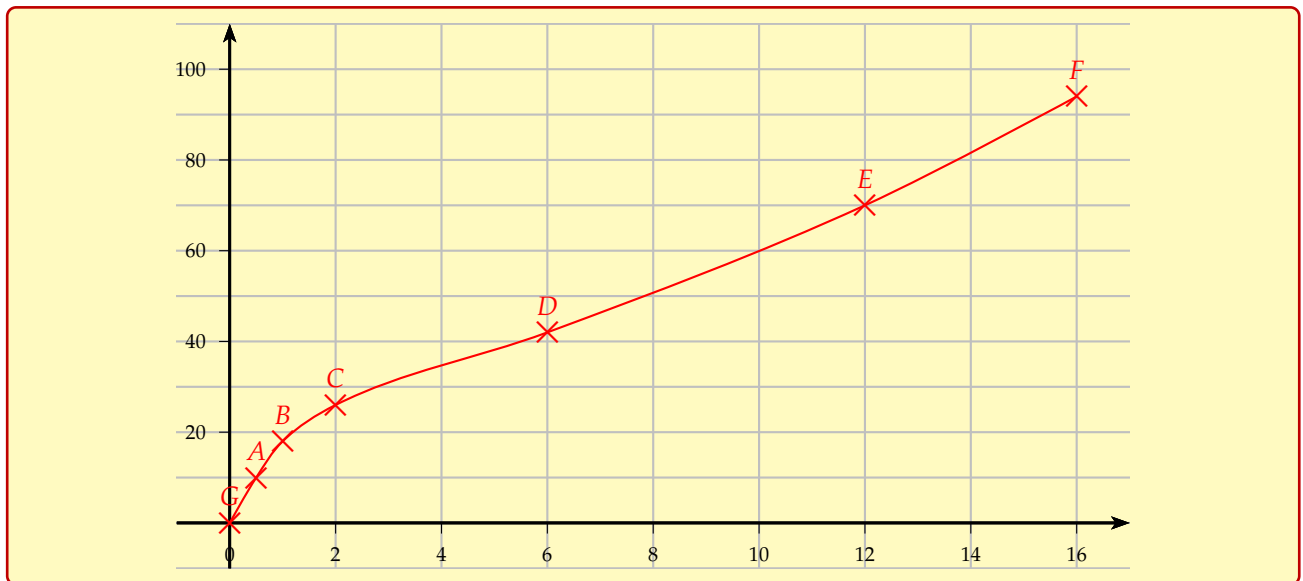
- 1) $-3 < x \leq 1 \iff x \in]-3; 1]$
 2) $-2 \leq x \leq \sqrt{2} \iff x \in [-2; \sqrt{2}]$
 3) $x \leq \frac{3}{4} \iff x \in]-\infty; \frac{3}{4}]$

Exercice 4 (Construction d'une courbe) Les vétérinaires donnent parfois le tableau de correspondance entre l'âge des chats et l'équivalent en âge humain ci-dessous.

Âge du chat (en année)	0,5	1	2	6	12	16
Âge humain (en année)	10	18	26	42	70	94

On note c l'âge du chat en année et $H(c)$ l'âge humain équivalent en année.

- 1) Dans un repère orthogonal, tracer une courbe représentant la fonction H sur $[0; 16]$.



- 2) Les deux âges sont-ils proportionnels? Justifier.

Aide : Quelle est la représentation graphique qui modélise une situation de proportionnalité?

Les 2 âges ne sont pas proportionnels car il n'existe pas de droite passant par l'origine reliant tous les points. La représentation graphique qui modélise une situation de proportionnalité est une droite linéaire, c'est-à-dire une droite passant par l'origine du repère. Il n'y a pas de relation entre l'âge d'un chat et celui d'un humain.

- 3) Préciser l'image de 3 et interpréter la réponse.

$H(3) = 30$. 3 ans chez un chat correspondent à 30 ans chez un humain.

- 4) Donner un antécédent de 60 et interpréter la réponse.

$H(10) = 60$. 60 ans chez un humain correspondent à 10 ans chez un chat.

Exercice 5 (Vérifier si un point appartient à une courbe)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^3 - 3x + 1$

- 1) Calculer l'image de 2.

$$g(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2 + 1 = 2 \times 8 - 6 + 1 = 16 - 6 + 1 = 11$$

- 2) En déduire les coordonnées d'un point appartenant à la courbe représentative de g .

Le point de coordonnées (2; 11) appartient à la courbe.

- 3) Proposer les coordonnées d'un deuxième point appartenant à cette courbe.

$$\text{On a aussi : } g(0) = 2 \times 0^3 - 3 \times 0 + 1 = 1.$$

Le point de coordonnées (0; 1) appartient à la courbe.

Remarque : on aurait pu prendre n'importe quelle valeur de x .

Exercice 6 (Vérifier si un point appartient à une courbe)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $g(x) = \frac{4x+6}{1+x}$ et $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère.

- 1) Le point $A(-2; 2)$ appartient-il à $\mathcal{C}_g$?

$$g(-2) = \frac{4 \times (-2) + 6}{1 + (-2)} = \frac{-8 + 6}{-1} = \frac{-2}{-1} = 2.$$

Oui le point A appartient bien à la courbe représentative de la fonction g .

- 2) Le point $B(5;8)$ appartient-il à $\mathcal{C}_g$?

$$g(5) = \frac{4 \times 5 + 6}{1 + 5} = \frac{26}{6} = \frac{13}{3} \neq 8.$$

Le point B n'appartient donc pas à la courbe représentative de la fonction g .

Exercice 7 (Lecture graphique d'images et d'antécédents)

Voici la courbe représentative d'une fonction g définie sur $[-2;3]$.

Par lecture graphique, déterminer :

- 1) $g(0)$.

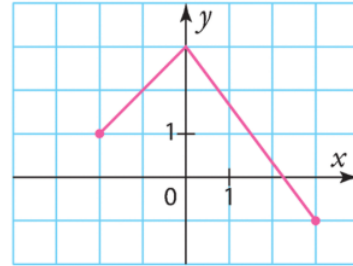
$$g(0) = 3$$

- 2) les images de 1 et -2 par g .

L'image de 1 est 1,75 par la fonction g .
L'image de -2 est 1 par la fonction g .

- 3) les antécédents éventuels de -1 ; 1 et 5.

3 est un antécédent de -1 par la fonction g .



Exercice 8 Résoudre graphiquement des équations

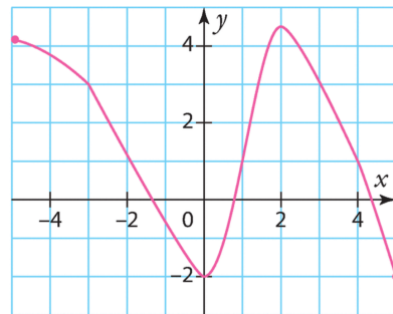
Voici la courbe représentative d'une fonction g définie sur $[-5;5]$. Estimer les solutions des équations.

1) $g(x) = 2$ $S = \{-2,5; 1,2; 3,5\}$

2) $g(x) = -3$ $S = \emptyset$

3) $g(x) = 4$ $S = \{-4,5; 1,5; 2,5\}$

4) $g(x) = -1$ $S = \{-0,75; 0,5\}$

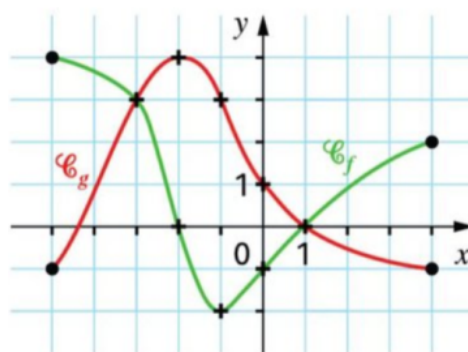


Exercice 9 Résoudre graphiquement des inéquations

On considère deux fonctions f et g définies par leurs courbes représentatives.

Résoudre graphiquement :

- 1) $f(x) \geq 3$ $S = [-5; -3]$
- 2) $f(x) < 0$ $S =]-2; 1[$
- 3) $f(x) \geq 0$ $S = [-5; -2] \cup [1; 4]$
- 4) $g(x) < 3$ $S = [-5; -3[\cup]-1; 4]$
- 5) $f(x) = g(x)$ $S = \{-3; 1\}$
- 6) $f(x) \leq g(x)$ $S = [-3; 1]$
- 7) $f(x) \geq g(x)$ $S = [-5; -3] \cup [1; 4]$
- 8) $f(x) > g(x)$ $S = [-5; -3] \cup]1; 4]$

**Exercice 10 Comparaison de la position relative de 2 courbes**

Voici les courbes représentatives de deux fonctions f et g définies sur $[-4; 3]$. Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes.

- 1) $f(x) = 8$ $S = \{-1, 5; 0, 5\}$
- 2) $f(x) < 0$ $S = [-4; -3, 5[\cup]2, 5; 3]$
- 3) $f(x) = g(x)$ $S = \{-3, 2; 1, 7\}$
- 4) $f(x) \leq g(x)$ $S = [-4; -3, 1] \cup [1, 7; 3]$

