

## Correction - Exercices obligatoires

### Équations du 2nd degré

## Équations du second degré

### Exercice 1

Pour chaque fonction trinôme  $f$ , dire si la valeur  $a$  proposée est une racine de  $f$ .

1)  $f(x) = x^2 - x + 1$  et  $a = 1$

$$f(a) = f(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1 \neq 0$$

1 n'est pas une racine de  $f$

2)  $f(x) = 3x^2 + x - 2$  et  $a = -1$

$$f(a) = f(-1) = 3 \times (-1)^2 + (-1) - 2 = 0$$

-1 est une racine de  $f$ .

3)  $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$  et  $a = 2$

$$f(a) = f(2) = 2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 2 = 0$$

2 est une racine de  $f$ .

4)  $f(x) = -2x^2 + x + 1$  et  $a = 3$

$$f(a) = f(3) = -2 \times 3^2 + 3 + 1 = -14 \neq 0$$

3 n'est pas une racine de  $f$

### Exercice 2

Calculer le discriminant de chaque trinôme et donner le nombre de racines du trinôme.

1)  $f(x) = x^2 + x - 1$

$$a = 1 \ b = 1 \text{ et } c = -1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5 > 0$$

Le discriminant est  $> 0$ , il y a 2 racines.

2)  $g(x) = 2x^2 - x + 3$

$$a = 2 \ b = -1 \text{ et } c = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times 3 = -23 < 0$$

Le discriminant est  $< 0$ , il n'y a pas de racine.

3)  $h(x) = -5x^2 + 4x + 3$

$$a = -5 \ b = 4 \text{ et } c = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times (-5) \times 3 = 76 > 0$$

Le discriminant est  $> 0$ , il y a 2 racines

4)  $j(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 7$

$$a = 1 \ b = \sqrt{2} \text{ et } c = 7$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (\sqrt{2})^2 - 4 \times 1 \times 7 = -26 < 0$$

Le discriminant est  $< 0$ , il n'y a pas de racine.

**Exercice 3 - Équations** Resoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1)  $x^2 + 2x - 3 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 16$

- **Racines** :  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm 4}{2}$

- $x_1 = 1, x_2 = -3$

2)  $x^2 - 2x - 8 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 36$

- **Racines** :  $x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2}$

- $x_1 = 4, x_2 = -2$

3)  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 5^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 49$

- **Racines** :  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm 7}{4}$

- $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -3$

4)  $x^2 - 2x + 1 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$

- **Racine double** :  $x = \frac{2}{2} = 1$

5)  $2x^2 - 4x + 8 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 2 \times 8 = -48$

- **Pas de racines réelles**

6)  $9x^2 + 24x + 16 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 24^2 - 4 \times 9 \times 16 = 0$

- **Racine double** :  $x = \frac{-24}{18} = -\frac{4}{3}$

7)  $-5x^2 + 9x + 2 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 9^2 - 4 \times (-5) \times 2 = 121$

- $x_1 = -\frac{1}{5}, x_2 = 2$

8)  $4x^2 - 8x + 3 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 4 \times 3 = 16$

- **Racines** :  $x = \frac{8 \pm 4}{8}$

- $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$

9)  $3x^2 + 4x + 5 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 4^2 - 4 \times 3 \times 5 = -44$

- **Pas de racines réelles**

10)  $-3x^2 + 11x + 4 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 11^2 - 4 \times (-3) \times 4 = 169$
- $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 4$

11)  $2x^2 - 2x - 3 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 28$
- **Racines** :  $x = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$

12)  $x^2 - 2x - 2 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 12$
- **Racines** :  $x = 1 \pm \sqrt{3}$

13)  $2x^2 + 4x + 2 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 4^2 - 4 \times 2 \times 2 = 0$
- **Racine double** :  $x = -1$

14)  $-3x^2 + 4x + 2 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 4^2 - 4 \times (-3) \times 2 = 40$
- **Racines** :  $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

15)  $3x^2 + 12x - 15 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 12^2 - 4 \times 3 \times (-15) = 324$
- **Racines** :  $x = \frac{-12 \pm 18}{6}$
- $x_1 = 1, x_2 = -5$

16)  $7x^2 - x - 2 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 7 \times (-2) = 57$
- **Racines** :  $x = \frac{1 \pm \sqrt{57}}{14}$

**Exercice 4 - Equations** Resoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1)  $x^2 - 3 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 12$
  - **Racines** :  $x = \pm \frac{\sqrt{12}}{2} = \pm \sqrt{3}$
- OU  
 $x^2 = 3$   
Equation du type  $x^2 = a$   
 $x = \sqrt{3}$  ou  $x = -\sqrt{3}$

2)  $x - 3x^2 = 0$

$$x(1 - 3x) = 0$$

EPN

$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{1}{3}$$

3)  $2x^2 + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 = -\frac{5}{2}$$

un carré est toujours positif

$$S = \emptyset$$

4)  $4x^2 + 8x - 12 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 8^2 - 4 \times 4 \times (-12) = 208$
- **Solutions** :  $x = \frac{-8 \pm \sqrt{208}}{8} = -1 \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$

5)  $x^2 = 3x + 1$

Équation :  $x^2 - 3x - 1 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 13$
- **Solutions** :  $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

6)  $9(x+1)^2 - (2x+3)^2 = 0$

On développe

$$9x^2 + 18x + 9 - (4x^2 + 12x + 9) = 0$$

$$5x^2 + 6x = 0$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \times 5 \times 0 = 36$$

$$x_1 = \frac{-6 - \sqrt{36}}{10} = -\frac{6}{5} \text{ et } x_2 = \frac{-6 + \sqrt{36}}{10} = 0$$

OU On factorise

$$[3(x+1) - (2x+3)][3(x+1) + (2x+3)] = 0$$

$$x(5x+6) = 0$$

EPN

$$x = 0 \text{ ou } x = -\frac{6}{5}$$

7)  $5x(2 - 3x) = 4 - 9x^2$

$$5x(2 - 3x) - 4 + 9x^2 = 0$$

$$-6x^2 + 10x - 4 = 0$$

$$\Delta = 10^2 - 4 \times (-6) \times (-4) = 4$$

$$x_1 = \frac{-10 - \sqrt{4}}{-12} = 1 \text{ ou } x_2 = \frac{-10 + \sqrt{4}}{-12} = \frac{2}{3}$$

8)  $12x^2 + 12x + 3 = 0$

- **Discriminant** :  $\Delta = 12^2 - 4 \times 12 \times 3 = 0$

OU  $12x^2 + 12x + 3 = 0 \iff 3(4x^2 + 4x + 1) = 0$

$$0 \iff 3(2x+1) = 0$$

- **Racine double** :  $x = -\frac{1}{2}$

EPN

$$x = -\frac{1}{2}$$

## Somme et produit de racines

**Exercice 5 - Somme et produits de racines** Les trinômes suivants admettent tous des racines réelles. Donner dans chaque cas la somme et le produit de ces racines.

1)  $f(x) = x^2 - x - 2$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{-1}{1} = 1$
- $P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2$

- $P = \frac{c}{a} = \frac{1}{1} = 1$

3)  $f(x) = -x^2 + 5x + 2$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{-1} = 5$
- $P = \frac{c}{a} = \frac{2}{-1} = -2$

2)  $f(x) = x^2 + 3x + 1$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$

4)  $f(x) = 2x^2 + 7x - 1$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{7}{2}$
- $P = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$

5)  $f(x) = -3x^2 + 11x + 7$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{11}{-3} = \frac{11}{3}$
- $P = \frac{c}{a} = \frac{7}{-3} = -\frac{7}{3}$

6)  $f(x) = 9x^2 + x - 1$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{9}$
- $P = \frac{c}{a} = -\frac{1}{9}$

7)  $f(x) = -x^2 - \sqrt{2}x + 3$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{-\sqrt{2}}{-1} = -\sqrt{2}$
- $P = \frac{c}{a} = \frac{3}{-1} = -3$

8)  $f(x) = \sqrt{3}x^2 + 2x - 1$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- $P = \frac{c}{a} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

9)  $f(x) = -\sqrt{3}x^2 - 3\sqrt{5}x + 1$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{-3\sqrt{5}}{-\sqrt{3}} = -\sqrt{15}$
- $P = \frac{c}{a} = \frac{1}{-\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

10)  $f(x) = 5x^2 + \pi x - 3$

- $S = -\frac{b}{a} = -\frac{\pi}{5}$
- $P = \frac{c}{a} = -\frac{3}{5}$

### Exercice 6 - racine évidente

Pour chaque équation, déterminer une solution évidente et en déduire l'autre sans calculer le discriminant.

1)  $2x^2 + x - 3 = 0$

racine évidente  $x_1 = 1 : 2 \times 1^2 + 1 - 3 = 0$   
 $P = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \iff x_1 \times x_2 = -\frac{3}{2} \iff 1 \times x_2 = -\frac{3}{2} \iff x_2 = -\frac{3}{2}$

2)  $3x^2 + 10x + 7 = 0$

racine évidente  $x_1 = -1 : 3 \times (-1)^2 + 10 \times (-1) + 7 = 0$   
 $P = \frac{c}{a} = \frac{7}{3} \iff x_1 \times x_2 = \frac{7}{3} \iff -1 \times x_2 = \frac{7}{3} \iff x_2 = -\frac{7}{3}$

3)  $x^2 + (\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$

racine évidente  $x_1 = -\sqrt{3} : (-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3} - 1) \times (-\sqrt{3}) - \sqrt{3} = 0$   
 $P = \frac{c}{a} = -\frac{\sqrt{3}}{1} \iff x_1 \times x_2 = -\sqrt{3} \iff -\sqrt{3} \times x_2 = -\sqrt{3} \iff x_2 = 1$

4)  $x^2 + 4\sqrt{5}x - 25 = 0$

racine évidente  $x_1 = \sqrt{5} : (\sqrt{5})^2 + 4\sqrt{5} \times \sqrt{5} - 25 = 0$   
 $P = \frac{c}{a} = -25 \iff x_1 \times x_2 = -25 \iff \sqrt{5} \times x_2 = -25 \iff x_2 = -5\sqrt{5}$

### Exercice 7

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations du second degré suivantes, sans utiliser le discriminant :

1)  $(x + 3)(7x - 2) = 0$

EPN  $x + 3 = 0$  ou  $7x - 2 = 0$   
 $x = -3$  ou  $x = \frac{2}{7}$

2)  $8x^2 - 2 = 0$

$$8x^2 = 2 \quad x^2 = \frac{1}{4}$$

Equation du type  $x^2 = a$ 

$$x = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{1}{2}$$

3)  $t^2 + 100 = 0$

$$t^2 = -100$$

un carré est toujours positif

$$S = \emptyset$$

4)  $4x^2 - 5x = 0$

$$x(4x - 5) = 0$$

EPN

$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{5}{4}$$

5)  $4z^2 + 4z + 1 = 0$

I.R.

$$(2z + 1)^2 = 0$$

$$z = -\frac{1}{2}$$

6)  $(6m - 4)^2 = (7 - m)^2$

$$(6m - 4)^2 - (7 - m)^2 = 0$$

IR

$$[(6m - 4) - (7 - m)][(6m - 4) + (7 - m)] = 0$$

$$(7m - 11)(5m + 3) = 0$$

EPN

$$m = \frac{11}{7} \text{ ou } m = -\frac{3}{5}$$

## Factorisation

### Exercice 8

Factoriser, si possible, les trinômes suivants.

1)  $f(x) = x^2 - 6x - 7$

$$\begin{aligned}\Delta &= (-6)^2 - 4 \times 1 \times (-7) \\ &= 36 + 28 \\ &= 64\end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{64}}{2} = \frac{6 - 8}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{6 + \sqrt{64}}{2} = \frac{6 + 8}{2} = 7$$

$$f(x) = (x + 1)(x - 7)$$

2)  $f(x) = -x^2 + 2x + 8$

$$\begin{aligned}\Delta &= 2^2 - 4 \times (-1) \times 8 \\ &= 4 + 32 \\ &= 36\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-2 - 6}{2 \times (-1)} = 4 \\x_2 &= \frac{-2 + 6}{2 \times (-1)} = -2\end{aligned}$$

$$f(x) = -(x - 4)(x + 2)$$

3)  $f(x) = -3x^2 + 5x + 2$

$$\begin{aligned}\Delta &= 5^2 - 4 \times (-3) \times 2 \\ &= 25 + 24 \\ &= 49\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-5 - \sqrt{49}}{2 \times (-3)} = \frac{-5 - 7}{-6} = 12 \\x_2 &= \frac{-5 + \sqrt{49}}{2 \times (-3)} = \frac{-5 + 7}{-6} = -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$f(x) = -3(x - 12) \left( x + \frac{1}{3} \right)$$

4)  $f(x) = 3x^2 + x + 4$

$$\begin{aligned}\Delta &= 1^2 - 4 \times 3 \times 4 \\ &= 1 - 48 \\ &= -47\end{aligned}$$

Pas de factorisation possible dans  $\mathbb{R}$

5)  $f(x) = -4x^2 + 28x - 49$

$$\begin{aligned}\Delta &= 28^2 - 4 \times (-4) \times (-49) \\ &= 784 - 784 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_0 &= \frac{-28}{2 \times (-4)} = \frac{7}{2} \\f(x) &= -4 \left( x - \frac{7}{2} \right)^2\end{aligned}$$

6)  $f(x) = x^2 - x - 1$

$$\begin{aligned}\Delta &= (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) \\ &= 1 + 4 \\ &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ x_2 &= \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

$$f(x) = \left(x - \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right) \left(x - \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$$

## Signe d'un trinôme et inéquations

### Exercice 9

Dans chaque cas, déterminer le signe de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

1)  $f(x) = (x - 1)(x + 1)$

$a = 1 > 0$	$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
	$f(x)$	+	0	-	0

2)  $f(x) = -3x^2 + x$

$f(x) = x(-3x + 1)$	$x$	$-\infty$	$0$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
	$f(x)$	-	0	+	0

3)  $f(x) = -4(x + 6)(x - 7)$

$x_1 = -6$ et $x_2 = 7$	$x$	$-\infty$	$-6$	$7$	$+\infty$
	$f(x)$	-	0	+	0

4)  $f(x) = -3x^2 + 8x + 11$

5)  $f(x) = 9x^2 - 8x + 2$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 9 \times 2 = 64 - 72 = -8 < 0$$

pas de racines

$$a = 9 > 0$$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

6)  $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$$

$$x_0 = -\frac{-4}{2 \times 4} = \frac{1}{2}$$

$$a = 4 > 0$$

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

7)  $f(x) = 4x^2 - 4x - 1$

8)  $f(x) = -3x^2 + 5x + 2$

$$\Delta = (5)^2 - 4 \times (-3) \times 2 = 49$$

$$x_1 = \frac{-5 - 7}{-6} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{-5 + 7}{-6} = -\frac{1}{3}$$

$$a = -3 < 0$$

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	2	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	-

### Exercice 10

Résoudre les inéquations suivantes dans  $\mathbb{R}$ .

1)  $x^2 - 3x + 1 < 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5$$

$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$a = 1 > 0$$

$x$	$-\infty$	$\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$	$\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0

$$S = \left[ \frac{3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right]$$

2)  $2x^2 + 5x - 7 \geq 0$

$$\Delta = (5)^2 - 4 \times 2 \times (-7) = 81 = 9^2$$

$$x_1 = \frac{-5 - 9}{4} = -\frac{7}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-5 + 9}{4} = 1$$

$$a = 2 > 0$$

$x$	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	1	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0

$$S = \left[ -\infty; -\frac{7}{2} \right] \cup [1; +\infty[$$

3)  $9x^2 + 12x + 4 > 0$

$$\Delta = (12)^2 - 4 \times 9 \times 4 = 0$$

$$x_0 = \frac{-12}{2 \times 9} = -\frac{2}{3}$$

$$a = 9 > 0$$

$x$	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

$$S = \left[ -\infty; -\frac{2}{3} \right] \cup \left[ -\frac{2}{3}; +\infty \right]$$

ou

$$S = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$$

4)  $3x^2 - x + 1 \leq 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 3 \times 1 = -11 < 0$$

$$a = 3 > 0$$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

$$S = \emptyset$$

5)  $-x^2 + 5x - 7 < 0$

6)  $-4x^2 + 20x - 25 \geq 0$

7)  $x^2 + 1 < 0$

$$\Delta = (0)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -4 < 0$$

$$a = 1 > 0$$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

$$S = \emptyset$$

8)  $-5x^2 > (-3x + 1)(x + 2)^*$

$$-5x^2 - (-3x + 1)(x + 2) > 0$$

$$-5x^2 + 3x^2 + 6x - x - 2 > 0$$

$$-2x^2 + 5x - 2 > 0$$

$$\Delta = (5)^2 - 4 \times (-2) \times (-2) = 9 = 3^2 > 0$$

$$x_1 = \frac{-5 - 3}{-4} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{-5 + 3}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$a = -2 < 0$$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

$$S = \emptyset$$

9)  $-x^2 - 5x \leq 0$

10)  $(x-1)(x^2+3) > (x+1)(5x-3)$

$$(x-1)(x^2+3) - (x+1)(5x-3) > 0$$

$$x^3 + 3x - x^2 - 3 - (5x^2 - 3x + 5x - 3) > 0$$

$$x^3 - 6x^2 + x > 0$$

$$x(x^2 - 6x + 1) > 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 32 > 0$$

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{32}}{2} = 3 - 2\sqrt{2} \text{ et } x_2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$a = 1 > 0$$

$x$	$-\infty$	0	$3 - 2\sqrt{2}$	$3 + 2\sqrt{2}$	$+\infty$
$x$	-	0	+	+	+
$x^2 - 6x + 1$	+		+	0	-
$x(x^2 - 6x + 1)$	-	0	+	0	-

$$S = \left] 0; 3 - 2\sqrt{2} \right[ \cup \left] 3 + 2\sqrt{2}; +\infty \right[$$

11)  $4(x-3)^2 \geq (7+4x)^2$

$$4(x-3)^2 - (7+4x)^2 \geq 0$$

$$(2(x-3) - (7+4x))(2(x-3) + (7+4x)) \geq 0$$

$$(-2x-13)(6x+1) \geq 0$$

$$\Delta > 0$$

$$x_1 = -\frac{13}{2} \text{ et } x_2 = -\frac{1}{6}$$

$$a = -12 < 0$$

$x$	$-\infty$	$-\frac{13}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0

$$S = \left[ -\frac{13}{2}; -\frac{1}{6} \right]$$

### Exercice 11

Résoudre les inéquations suivantes après avoir donné l'ensemble de résolution.

1)  $x^3 - 4x^2 + x \geq 0$

4)  $\frac{x^2 + x + 1}{2x^2 - 5x + 7} < 0$

2)  $\frac{3x^2 + x - 2}{x - 2} < 0$

5)  $\frac{-x + 4}{3x - 5} \geq \frac{2x - 1}{4x + 5}$

3)  $\frac{-2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 4x - 5} < 0$

6)  $1 + \frac{2}{3x + 1} < \frac{1}{x - 5}$

### Problème

**Exercice 12 - En Physique** Lors d'un freinage d'urgence, la distance que parcourt le véhicule avant l'arrêt total se décompose en deux parties : la distance parcourue pendant le temps de réaction du conducteur et la distance de freinage parcourue au cours du freinage du véhicule.

- 1) Le temps de réaction du conducteur, c'est-à-dire le temps nécessaire pour prendre conscience de la situation et appuyer sur le frein, est d'environ une seconde. Si on appelle  $v$  la vitesse du véhicule en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ , montrer que la distance  $d_r$ , en mètre, parcourue pendant ce temps de réaction vérifie :  $d_r = \frac{v}{3,6}$ .

On utilise la formule  $d = \frac{v}{t}$  en mettant la vitesse en  $\text{m.s}^{-1}$  (on multiplie par 1000 et on divise par 3600 pour passer de  $\text{km.h}^{-1}$  à  $\text{m.s}^{-1}$ ). On remplace  $t$  par 1 (le temps de réaction). On retrouve alors :  $d_r = \frac{v}{3,6}$

- 2) Pour la distance de freinage  $d_f$ , exprimée en mètre, on donne la formule suivante  $d_f = \frac{v^2}{200}$ . La distance d'arrêt est donc égale à  $d_a = d_r + d_f$ . Une voiture roule à  $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Quelle est sa distance d'arrêt (on arrondira au centième près) ?

$$d_a = d_r + d_f = \frac{v}{3,6} + \frac{v^2}{200} = \frac{110}{3,6} + \frac{110^2}{200} \approx 91,06 \text{ m.}$$

- 3) Quelles sont les vitesses qui permettent de s'arrêter en moins de 15 m ?

On résous l'inéquation  $d_a < 15 \text{ m}$  soit  $\frac{v^2}{200} + \frac{v}{3,6} - 15 < 0$

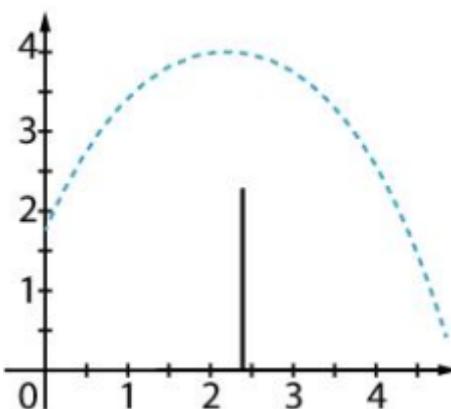
$$\Delta = \frac{611}{1620}$$

$$v_1 \approx -89,19 \text{ et } v_2 \approx 33,64$$

la fonction est négative entre les 2 racines (et  $v < 0$  n'a pas de sens), il faut donc une vitesse comprise entre 0 et  $33,64 \text{ km.h}^{-1}$ .

### Exercice 13

Lors d'un entraînement de volley-ball, Thibault prend des photos en rafales pour analyser la passe de Sophia au-dessus du filet. Il modélise la hauteur (en mètre) du ballon par la fonction  $h$  :  $t \mapsto -0,49t^2 + 2,1t + 1,75$ , où  $t$  est le temps (en seconde).



- 1) Déterminer l'écriture canonique de la fonction  $h$ .

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{2,1}{2 \times (-0,49)} = \frac{15}{7} \approx 2,14$$

$$\beta = h(\alpha) = -0,49 \times \left(\frac{15}{7}\right)^2 + 2,1 \times \left(\frac{15}{7}\right) + 1,75 = 4$$

$$h(t) = -\frac{49}{100} \left(t - \frac{15}{7}\right)^2 + 4$$

- 2) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon lors de la passe représentée ?

la hauteur maximale atteinte par le ballon est de 4 m soit la valeur de  $\beta$ .

- 3) Au bout de combien de temps le ballon touche-t-il le sol?

On va calculer la valeur de  $x_2$ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = \left(\frac{21}{10}\right)^2 - 4 \times \left(-\frac{49}{100}\right) \times \frac{175}{100} = \frac{196}{25}$$

$$x_1 = -\frac{5}{7} \text{ et } x_2 = 5$$

Le ballon touche le sol au bout de 5s.

- 4) La hauteur du filet est 2,24 m. Pendant combien de temps le ballon est-il situé au-dessus du filet? On arrondira au dixième de seconde.

On résous l'inéquation  $h(t) \geq 2,24$

$$h(t) \geq 2,24 \iff -\frac{49}{100}t^2 + \frac{21}{10}t + \frac{7}{4} \geq \frac{56}{25}$$

$$\iff -\frac{49}{100}t^2 + \frac{21}{10}t - \frac{49}{100} \geq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = \left(\frac{21}{10}\right)^2 - 4 \times \frac{49}{100} \times \frac{49}{100} = \frac{2156}{625}$$

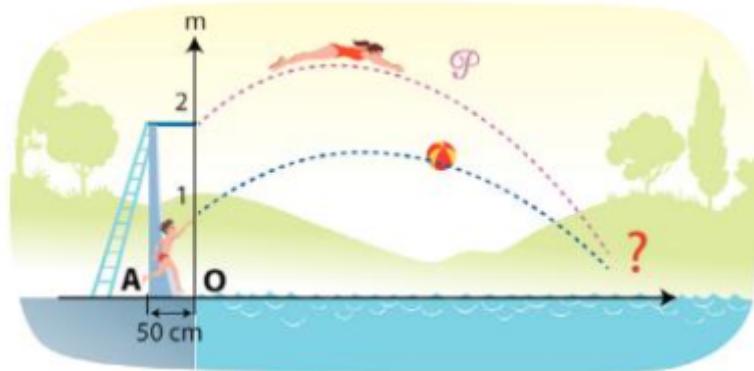
$$x_1 = \frac{15 - 4\sqrt{11}}{7} \text{ et } x_2 = \frac{15 + 4\sqrt{11}}{7}$$

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$h(t)$	—	0	+	—

Le ballon reste au-dessus du filet entre  $x_1$  et  $x_2$  soit pendant  $\frac{8\sqrt{11}}{7}$

**Exercice 14**

Emma est à la piscine. Elle plonge de 2 m de haut. La trajectoire de son plongeon (hauteur en m en fonction de la distance horizontale parcourue en m) est représentée, dans un repère orthonormé, par un arc de parabole  $P$  admettant pour sommet le point S de coordonnées  $(1; 2, 4)$ . On arrondira les distances au cm près.



- 1) Déterminer une équation de  $P$ .

On connaît  $\alpha = 1$  et  $\beta = 2,4$  donc :

$$P(x) = a(x - 1)^2 + 2,4$$

De plus le point de départ a pour coordonnées  $(0; 2)$  donc quand  $x = 0$ ,  $P(x) = 2$

$$2 = a(0 - 1)^2 + 2,4 \iff a = -0,4$$

$$\text{finalement : } P(x) = -0,4(x - 1)^2 + 2,4$$

- 2) À quelle distance du pied du plongeoir A Emma va-t-elle toucher l'eau ?

On cherche  $x_2$

$$P(x) = -0,4(x - 1)^2 + 2,4 = -0,4x^2 + 0,8x + 2$$

$$\Delta = 0,8^2 - 4 \times (-0,4) \times 2 = 3,84 = \frac{96}{25}$$

$$x_1 = \frac{-0,8 - \sqrt{3,84}}{-0,8} = 1 - \sqrt{6} \quad \sqrt{\left(\frac{96}{25}\right)} = \frac{\sqrt{16 \times 6}}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{6}}{5} = 0,8\sqrt{6}$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{6} \approx 3,45m$$

- 3) Son frère Damien lui propose un jeu : lors du plongeon d'Emma, Damien lui lance une balle et elle essaie de l'attraper. Si la balle a une trajectoire parabolique d'équation  $y = -0,25x^2 + 0,6x + 1$  et en admettant qu'Emma réalise le même plongeon que celui représenté, a-t-elle une chance d'attraper la balle ? Si oui, à quelle hauteur (par rapport au niveau de l'eau) ?

$$P(x) = -0,25x^2 + 0,6x + 1$$

$$-0,4x^2 + 0,8x + 2 = -0,25x^2 + 0,6x + 1$$

$$-0,15x^2 + 0,2x + 1 = 0$$

$$\Delta = \frac{16}{25}$$

$$x_1 = -2 \text{ et } x_2 = \frac{10}{3} \approx 3,33$$

Emma attrape la balle à 3,33 m du bord alors qu'elle touche l'eau à 3,45 m du bord. Elle l'attrape donc avant d'être dans l'eau.

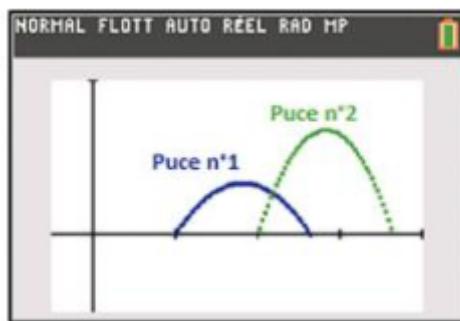
$$P\left(\frac{10}{3}\right) = -0,4 \times \left(\frac{10}{3}\right)^2 + 0,8 \times \frac{10}{3} + 2 = \frac{2}{9} \approx 0,22$$

Emma attrape la balle à 22 cm du niveau de l'eau.

**Exercice 15**

Deux puces font chacune un saut. Le saut de la puce n°1 est modélisé par l'arc de parabole d'équation  $y = -0,5x^2 + 1,82x - 1,32$ .

Le saut de la puce n°2 est modélisé par l'arc de parabole d'équation  $y = -x^2 + 5,65x - 7,63$ .



- 1) Est-il vrai que la hauteur maximale du saut de la puce  $n^{\circ}2$  est supérieure au double de celle du saut de la puce  $n^{\circ}1$  ?
- 2) Laquelle des deux puces a effectué le saut le plus long ?