# Produit scalaire
# Exercices obligatoires

**Exercice 1**
Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

**1)** $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}, \|\vec{v}\| = 8$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = -\dfrac{3\pi}{4}[2\pi]$ ;

**2)** $\|\vec{u}\| = 1, \|\vec{v}\| = 2$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{\pi}{3}[2\pi]$ ;

**3)** $\|\vec{u}\| = 3, \|\vec{v}\| = 4$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi[2\pi]$ ;

**4)** $\|\vec{u}\| = 3, \|\vec{v}\| = 4$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = -\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$.

**Exercice 2**
Soit $A, B$ et $C$ trois points distincts.

**1)** Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ avec :

$$\mathrm{AB} = 5, \mathrm{AC} = 6 \text{ et } (\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}) = \frac{2\pi}{3}[2\pi].$$

**2)** Calculer $\overrightarrow{\mathrm{BA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CB}}$ avec :

$$\mathrm{AB} = \sqrt{6}, \mathrm{BC} = \sqrt{8} \text{ et } (\overrightarrow{\mathrm{BA}}, \overrightarrow{\mathrm{BC}}) = \frac{5\pi}{6}[2\pi].$$

**Exercice 3**
Dans chaque cas, déterminer le signe de $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

**1)** $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{7\pi}{6}[2\pi]$

**2)** $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{20\pi}{3}[2\pi]$

**3)** $(\vec{u}, \vec{v}) = -\dfrac{31\pi}{4}[2\pi]$

**4)** $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{67\pi}{15}[2\pi]$

**Exercice 4**
Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = \frac{3}{4}, \|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{5}$.
Calculer $(-6\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u} + 3\vec{v})$.

**Exercice 5**
Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = \sqrt{15}$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{23}$.
Calculer $(\vec{v} - \vec{u}) \cdot (\vec{v} + \vec{u})$.

**Exercice 6**
Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = 1,2$ et $\|\vec{v}\| = 3,5$.
Calculer $(2\vec{v} - 5\vec{u}) \cdot (2\vec{v} + 5\vec{u})$.

**Exercice 7**
On considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = 6, \|\vec{v}\| = 5$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$. Calculer les expressions suivantes.

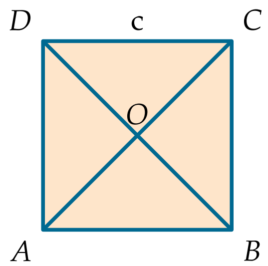
**1)** $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$

**2)** $(\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (3\vec{u} + \vec{v})$

**Exercice 8**
Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = \sqrt{5}$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{12}$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.
Calculer $(2\vec{u} + \vec{v}) \cdot (3\vec{u} - 3\vec{v})$.

**Exercice 9**

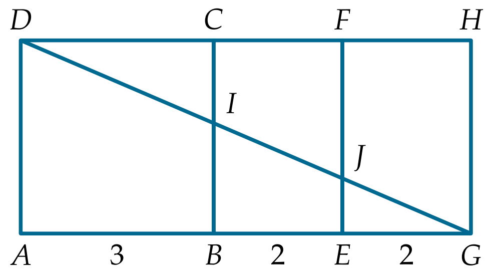
On considère un carré ABCD de centre O et de côté $c$. Calculer les produits scalaires suivants.




**1)** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
**2)** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$
**3)** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$
**4)** $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$
**5)** $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{AB}$
**6)** $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC}$
**7)** $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{OC}$

**Exercice 10**

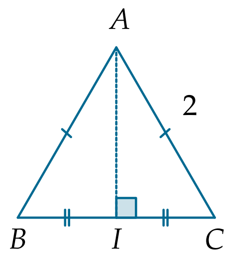
Dans une unité de longueur donnée, on considère un carré ABCD dont le côté mesure 3 , accolé à deux rectangles identiques BEFC et EGHF de largeur 2.
En utilisant la formule du projeté orthogonal, calculer les produits scalaires suivants.




**1)** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
**2)** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BF}$
**3)** $\overrightarrow{EI} \cdot \overrightarrow{AG}$
**4)** $\overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{GD}$
**5)** $\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{HG}$
**6)** $\overrightarrow{EJ} \cdot \overrightarrow{FA}$

**Exercice 11**

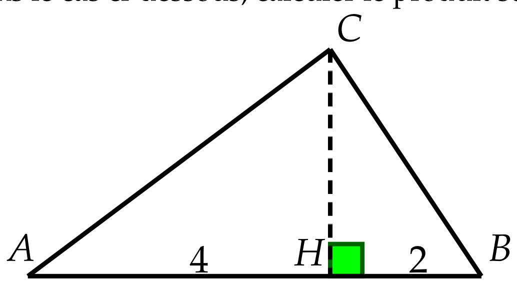
Le triangle ABC est un triangle équilatéral dont le côté mesure 2 cm. I est le pied de la hauteur issue de A. Déterminer les valeurs exactes des produits scalaires suivants.




**1)** $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$ **2)** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI}$ **3)** $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AC}$

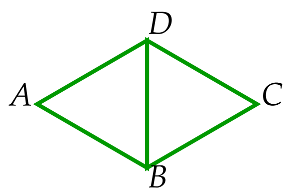
**Exercice 12**

Dans le cas ci-dessous, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ à l'aide des informations données.

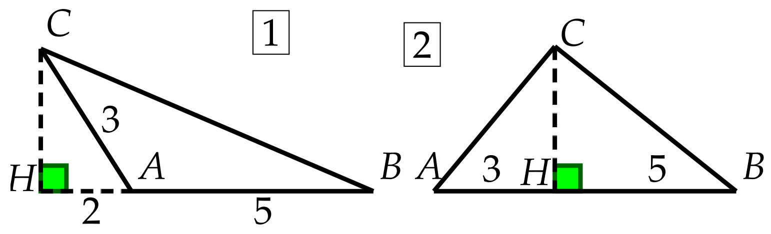



**Exercice 13**
$ABD$ et $BCD$ sont deux triangles équilatéraux de côté 4. Calculer les produits scalaires suivants.

**1)** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$
**2)** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$
**3)** $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD}$
**4)** $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CA}$
**5)** $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB}$
**6)** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DC}$




**Exercice 14** Dans chaque cas, calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.




**Exercice 15**
Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

**1)** $\vec{u}(1;2)$ et $\vec{v}(3;-1)$ ;

**2)** $\vec{u}(-1;3)$ et $\vec{v}(12;7)$ ;

**3)** $\vec{u}\left(-\frac{11}{4};-15\right)$ et $\vec{v}\left(4;-\dfrac{2}{5}\right)$ ;

**4)** $\vec{u}(-1+\sqrt{3};-3)$ et $\vec{v}(-1-\sqrt{3};-1)$.

**Exercice 16**
On considère les points $\mathrm{A}(5;-3), \mathrm{B}(-2;7), \mathrm{C}\left(\dfrac{-1}{2};0\right)$ et $\mathrm{D}\left(-5;\dfrac{3}{4}\right)$.
Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BD}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AD}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$.

**Exercice 17**
Soit A, B et C trois points du plan de coordonnées respectives : $(-4;1), (-1;2)$ et $(1;-4)$.

**1)** Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

**2)** Quelle est la nature du triangle $ABC$ ?

**Exercice 18**
Soit $ABC$ un triangle. Dans chaque cas, calculer la mesure en degré de l'angle $\widehat{BAC}$.

**1)** $AB = 3, AC = 4$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6\sqrt{3}$.

**2)** $AB = 16, AC = 48$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -133$.

On arrondira au degré près.

**Exercice 19**
Soit $A, B$ et $C$ trois points du plan de coordonnées respectives :
$(-5;-3), (-1;-6)$ et $(-5;-1)$.

**1)** Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

**2)** En déduire $\widehat{BCA}$ en degré à $10^{-2}$ près.

**Exercice 20**
Soit $ABC$ un triangle tel que $AB = \sqrt{13}, AC = \sqrt{5}$ et $\mathrm{BC} = \sqrt{10}$.
Calculer $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$.

**Exercice 21**
Soit $ABC$ un triangle tel que $AB = \dfrac{3}{2}, AC = 6$ et $\mathrm{BC} = \dfrac{5}{2}$. Calculer $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$.

**Exercice 22**
Soit $ABC$ un triangle tel que $AB = \sqrt{50}, AC = \sqrt{90}$ et $BC = \sqrt{41}$.

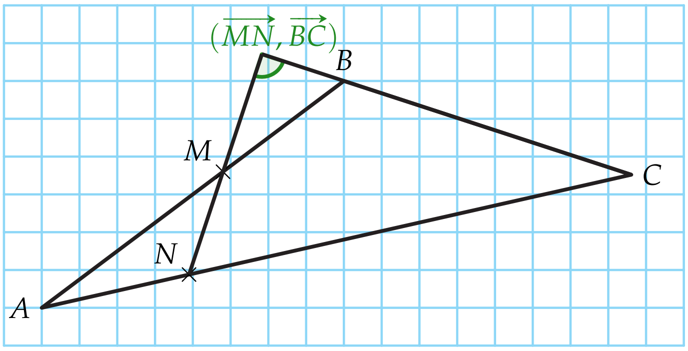
**1)** **a)** Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

**b)** En écrivant $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction du cosinus, déduire une valeur approchée en degré à $10^{-1}$ près de l'angle $\widehat{BAC}$.

**2)** Calculer les valeurs approchées à $10^{-1}$ près des autres angles du triangle $ABC$.

**Exercice 23 - Ex 48 p 253**

Soit le triangle $ABC$ tel que $AB = 10$, $AC = 16$ et $BC = 8$ et soit les points $M$ et $N$ tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AN}} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$




**1)** Calculer $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC}$.

**2)** Calculer $\mathrm{MN}^2$.

**3)** En déduire une valeur approchée en degré à $10^{-1}$ près de l'angle géométrique $|(\overrightarrow{\mathrm{MN}}, \overrightarrow{\mathrm{BC}})|$.

**Exercice 24 - Ex 54 p 254** Soit A, B, C trois points du plan de coordonnées respectives $(1;5)$, $(-7;3)$, $(0;-2)$ et soit I le milieu du segment $[AB]$.

Déterminer la valeur exacte de l'aire du triangle ACI.

**Exercice 25 - Ex 55 p 254** Soit A, B, C, D quatre points du plan de coordonnées respectives : $(-3;3)$, $(2;5)$, $(6;0)$ et $(1;-2)$.

**1)** Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

**2)** Déterminer une valeur approchée de l'aire de $ABCD$ à $10^{-2}$ près.

**Exercice 26 - Ex 70 p 255**

Dans un jeu vidéo, Super Ninja court pour échapper à ses ennemis. Il arrive au bord d'une rivière de 7 mètres de large et aperçoit un rocher triangulaire sur l'autre rive. Vite ! Super Ninja doit couper un arbre pour traverser la rivière en le posant sur la pointe du rocher. Mais quelle longueur doit avoir au minimum son arbre ? Heureusement que Super Ninja connaît les dimensions (en mètre) du rocher...

En utilisant les données de la figure ci-dessous, calculer SC. On arrondira au mètre près.