

Vecteurs - Rappels seconde

Exercices d'entraînement

Exercice 1 - Nature d'un quadrilatère et droites remarquables

On considère un repère orthonormé $(O; I, J)$ du plan. On donne les points $A(-1; 6)$, $B(7; -2)$, $C(1; -2)$ et $D(9; 6)$.

- 1)** Faire une figure.
- 2)** Construire le centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC.
- 3)** Donner, sans justification, les coordonnées de Ω et calculer le rayon du cercle.
- 4)** Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle : on dira qu'ils sont cocycliques.
- 5)** Soit M , un point de coordonnées $(4; 1)$.
 - a)** Montrer que M appartient au segment $[AB]$.
 - b)** Montrer que M appartient au segment $[DC]$.
 - c)** Calculer $MA \times MB$ et $MC \times MD$.
 - d)** Conclure

Exercice 2 - Nature d'un quadrilatère

Dans un repère du plan (O, I, J) ci - contre, on considère les points $A(-3; -1)$, $B(4; 0)$, $C(9; 5)$ et $D(2; 4)$.

- 1)** Faire une figure dans un repère orthonormé
- 2)** Placer les points A, B, C et D dans le repère ci-contre.
- 3)**
 - a)** Que peut-on conjecturer sur la nature du quadrilatère ABCD ?
 - b)** En prenant soin de détailler les étapes, démontrer la conjecture de la question précédente.
- 4)** La perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point D coupe la droite (BC) au point E. Compléter la figure, puis, par lecture graphique, déterminer les coordonnées du point E.
- 5)** La droite (ED) coupe la droite (AC) au point M.
 - a)** Que représente le point M pour le triangle BCD ?
Justifier votre réponse.
 - b)** Montrer que les droites (BM) et (DC) sont perpendiculaires.

Exercice 3 Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées du vecteur \vec{v} sont $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$, celles du point $A(1; -2)$.

Calculer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{CA} = \vec{v}$.

Exercice 4 Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $K(-2; -3)$, $L(3; -4)$ et $M(-1; 5)$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM}$?

Exercice 5 Construire un repère $(O; I, J)$ orthogonal.

- 1)** Placer les points $A(3; -9)$ et $B(-1; -5)$.
- 2)** Placer les points C et D tels que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme de centre I.
- 3)** Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants.

a) \overrightarrow{AB}

b) \overrightarrow{DC}

c) \overrightarrow{AD}

Exercice 6 Dans un repère, on considère les points A et B de coordonnées respectives $(3; -4)$ et $(-1; 2)$. Quelles sont les coordonnées de C tel que $\vec{AB} = -5\vec{AC}$?

Exercice 7 Dans un repère, on considère les points suivants : $A\left(\frac{2}{9}, \frac{6}{25}\right)$ et $B\left(-\frac{5}{6}, \frac{9}{20}\right)$.

Calculer les coordonnées de C tel que $\vec{AC} = \frac{15}{2}\vec{AB}$.

Exercice 8 Dans un repère orthogonal, placer les points :

- $A(-3; 1)$
- $B(1; 3)$
- $C(1, -4)$
- $D(7; -1)$

Les droites suivantes sont-elles parallèles ?

- 1) (AB) et (CD)
- 2) (AC) et (BD)

Exercice 9 Dans un plan muni d'un repère, on place les points $A(1; -2)$, $B(-3; 1)$, $C(-17; 15)$ et $D(-5; 6)$. Montrer que $ABCD$ est un trapèze.

Exercice 10 - Sommes algébriques sans grille Soit A , B , C et D quatre points quelconques.

- 1) Démontrer les égalités suivantes.

- a) $\vec{AB} - \vec{CD} - (\vec{AC} - \vec{BA}) = \vec{DA}$
- b) $\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AC} + \vec{BD}$

- 2) Simplifier l'écriture des vecteurs suivants.

- a) $\vec{u} = (\vec{AB} - \vec{AC}) + (\vec{BD} - \vec{CD})$
- b) $\vec{v} = (\vec{AD} - \vec{CD}) - (\vec{AB} + \vec{BC})$

Exercice 11 - Alignement

On considère un parallélogramme $ABCD$ et les points E et F définis par :

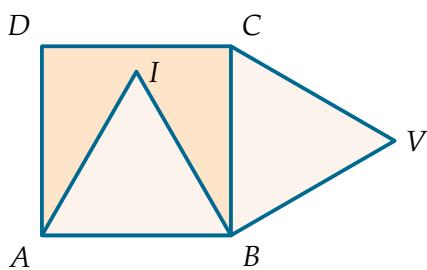
- $\vec{AE} = 2\vec{AD}$
- $\vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC}$

- 1) Faire une figure.
- 2) Que peut-on conjecturer sur les points B , F et E ?

On choisit $(A; D, B)$ comme repère.

- 3) Déterminer les coordonnées du vecteur \vec{AC} .
- 4) En déduire les coordonnées du point C .
- 5) Quelles sont les coordonnées du vecteur \vec{AF} ?
- 6) En déduire les coordonnées du point F .
- 7) Calculer les coordonnées du point E .
- 8) Démontrer que \vec{BE} et \vec{BF} sont colinéaires. Conclure.

Exercice 12 - Un classique Sur la figure ci-dessous, on considère le carré $ABCD$ de côté 5 cm et les triangles équilatéraux ABI et BCV .



- 1) Construire la figure en vraie grandeur.

On se place dans le repère $(A; B, D)$.

- 2) Calculer les coordonnées des points I et V .
- 3) Démontrer que les points D , I et V sont alignés.