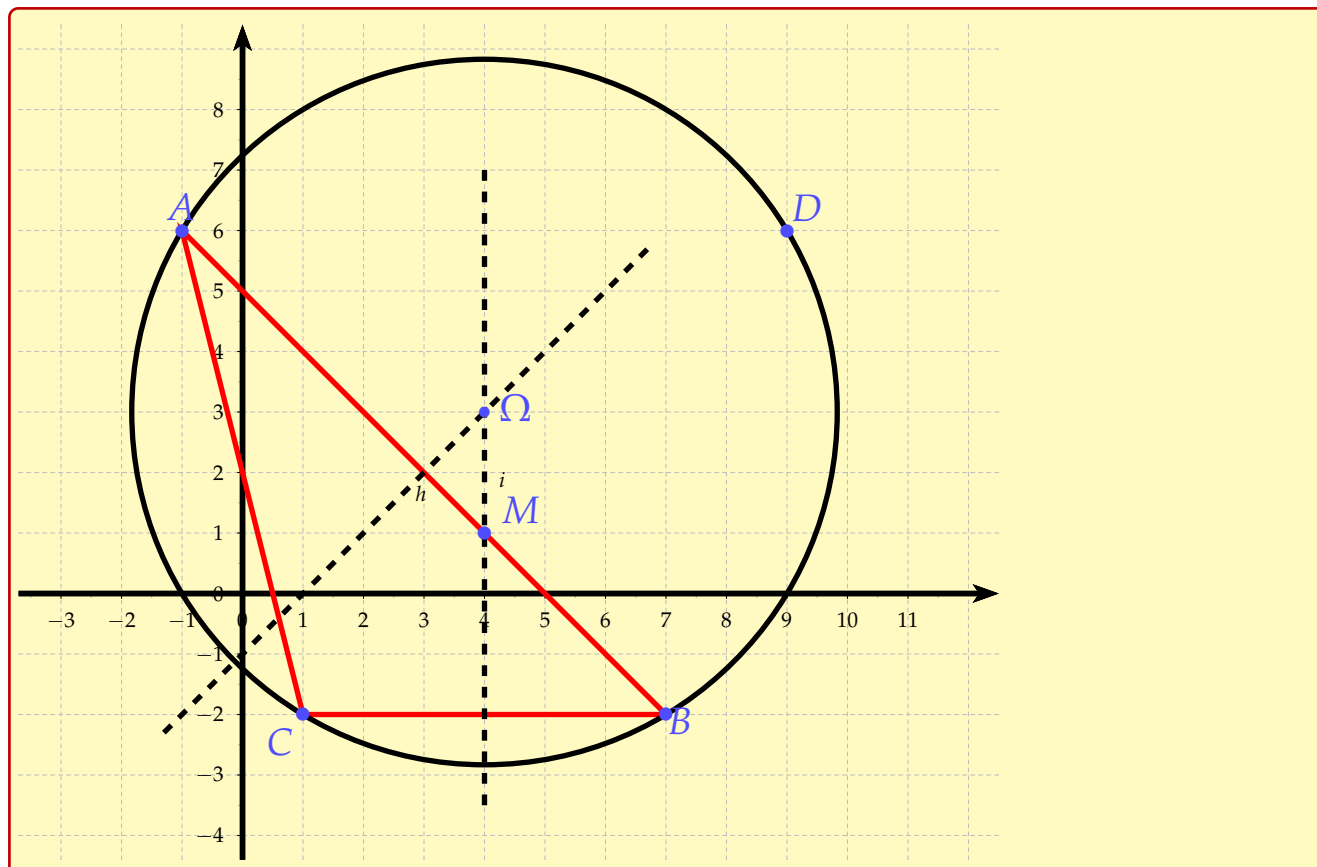


Correction - Exercices Vecteurs Rappels seconde

Exercice 1 - Nature d'un quadrilatère et droites remarquables

On considère un repère orthonormé $(O; I, J)$ du plan. On donne les points $A(-1; 6)$, $B(7; -2)$, $C(1; -2)$ et $D(9; 6)$.

- 1) Faire une figure.



- 2) Construire le centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC .

Le centre du cercle circonscrit à un triangle est l'intersection de ses médianes. En traçant les médianes du triangle ABC , on peut donc construire le point Ω .

- 3) Donner, sans justification, les coordonnées de Ω et calculer le rayon du cercle.

Par lecture graphique, le centre Ω a pour coordonnées $(4; 3)$.

$$\Omega A = \sqrt{(x_A - x_\Omega)^2 + (y_A - y_\Omega)^2} = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (6 - 3)^2} = \sqrt{34}$$

donc le rayon de ce cercle est $r = \Omega A = \sqrt{34}$

- 4) Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle : on dira qu'ils sont cocycliques.

Pour montrer que les points B, C et D appartiennent au cercle de centre Ω et de rayon $r = \sqrt{34}$ on va montrer que ces trois points sont tous à une distance r de Ω . Le repère étant orthonormé, on peut utiliser la formule de calcul des distances :

$$\Omega B = \sqrt{(x_B - x_\Omega)^2 + (y_B - y_\Omega)^2} = \sqrt{(7 - 4)^2 + (-2 - 3)^2} = \sqrt{34}$$

$$\Omega C = \sqrt{(x_C - x_\Omega)^2 + (y_C - y_\Omega)^2} = \sqrt{(1-4)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{34} \text{ et}$$

$$\Omega D = \sqrt{(x_D - x_\Omega)^2 + (y_D - y_\Omega)^2} = \sqrt{(9-4)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{34}$$

Par conséquent, $\Omega A = \Omega B = \Omega C = \Omega D = \sqrt{34}$ donc les points, A, B, C et D appartiennent tous au cercle de centre Ω et de rayon r : ils sont cocycliques.

5) Soit M , un point de coordonnées $(4;1)$.

a) Montrer que M appartient au segment $[AB]$.

Le repère étant orthonormé, on peut utiliser la formule de calcul des distances :

$$AM = \sqrt{(4+1)^2 + (1-6)^2} = 5\sqrt{2}$$

$$MB = \sqrt{(7-4)^2 + (-2-1)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{(7+1)^2 + (-2-6)^2} = 8\sqrt{2}$$

donc $AM + MB = AB$ et donc le point M appartient au segment $[AB]$.

b) Montrer que M appartient au segment $[DC]$.

De même, on a :

$$DM = \sqrt{(4-9)^2 + (1-6)^2} = 5\sqrt{2};$$

$$MC = \sqrt{(1-4)^2 + (-2-1)^2} = 3\sqrt{2} \text{ et}$$

$$DC = \sqrt{(1-9)^2 + (-2-6)^2} = 8\sqrt{2}$$

donc $DM + MC = DC$ et donc le point M appartient au segment $[DC]$

c) Calculer $MA \times MB$ et $MC \times MD$.

$$MA \times MB = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 15 \times 2 = 30 \text{ et}$$

$$MC \times MD = 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 15 \times 2 = 30$$

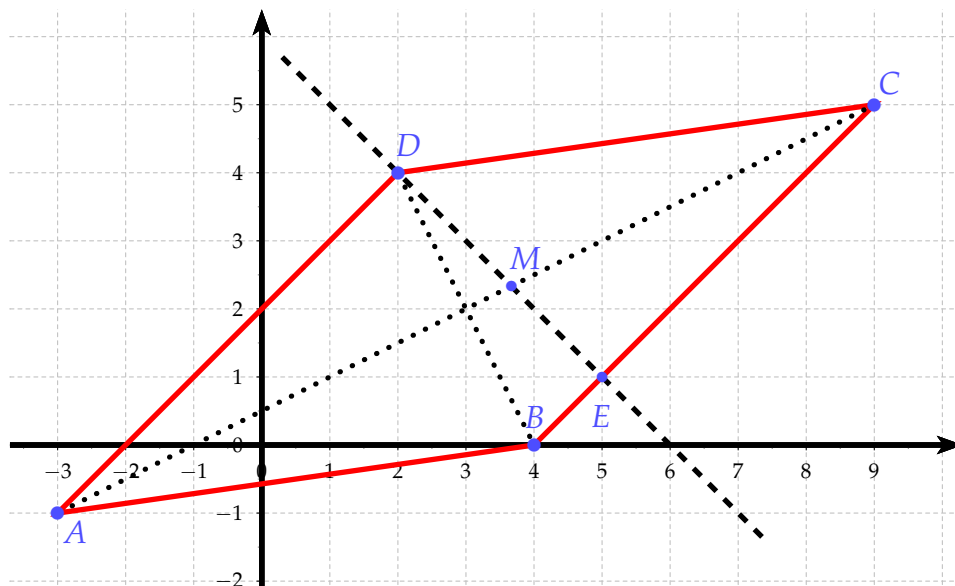
d) Conclure

D'après les questions précédentes, on peut conclure que $MA \times MB = MC \times MD$

Exercice 2 - Nature d'un quadrilatère

Dans un repère du plan (O, I, J) ci - contre, on considère les points $A(-3;-1)$, $B(4;0)$, $C(9;5)$ et $D(2;4)$.

1) Faire une figure dans un repère orthonormé



- 2) Placer les points A, B, C et D dans le repère ci-contre.
 3) a) Que peut-on conjecturer sur la nature du quadrilatère ABCD ?

ABCD semble être un losange.

- b) En prenant soin de détailler les étapes, démontrer la conjecture de la question précédente.

Soit I le milieu de $[AC]$.

$$x_I = \frac{-3+9}{2} = 3 \text{ et } y_I = \frac{-1+5}{2} = 2$$

Soit J le milieu de $[BD]$.

$$x_J = \frac{4+2}{2} = 3 \text{ et } y_J = \frac{0+4}{2} = 2$$

$I(3;2) = J(3;2)$ donc ABCD est un parallélogramme (les diagonales se coupent en leur milieu).

$$AB = \sqrt{(4-(-3))^2 + (0-(-1))^2} = \sqrt{50} \text{ et } BC = \sqrt{(9-4)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{50}$$

$AB = BC$ donc ABCD est un losange (2 côtés consécutifs égaux dans un parallélogramme).

ABCD est donc un losange.

- 4) La perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point D coupe la droite (BC) au point E.
 Compléter la figure, puis, par lecture graphique, déterminer les coordonnées du point E.

Graphiquement on a $E(5;1)$

- 5) La droite (ED) coupe la droite (AC) au point M.
 a) Que représente le point M pour le triangle BCD ?
 Justifier votre réponse.

Comme ABCD est un losange, $(AC) \perp (BD)$. (AC) est donc une hauteur du triangle BDC (la hauteur issue de C). (DE) est également une hauteur du triangle BDC (la hauteur issue de D). M est donc le point d'intersection des hauteurs du triangle BDC. c'est donc l'orthocentre du triangle.

- b) Montrer que les droites (BM) et (DC) sont perpendiculaires.

(BM) passe par l'orthocentre du triangle et un sommet du triangle. Il s'agit donc de la hauteur issue de B du triangle BDC. Or une hauteur coupe perpendiculairement le côté opposé au côté dont elle est issue. Donc $(BM) \perp (DC)$

Exercice 3 Dans le plan muni d'un repère, les coordonnées du vecteur \vec{v} sont $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$, celles du point A(1; -2).

Calculer les coordonnées du point C tel que $\vec{CA} = \vec{v}$.

$$\vec{CA} = \vec{v} \iff \begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} \iff \begin{cases} x_C = -x_A - 4 = 1 - 4 = -3 \\ y_C = y_A - (-5) = -2 + 5 = 3 \end{cases}$$

Exercice 4 Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $K(-2; -3)$, $L(3; -4)$ et $M(-1; 5)$.
 Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{KL} + \vec{LM}$?

1ère méthode : avec la relation de Chasles

$$\vec{KL} + \vec{LM} = \vec{KM} \begin{pmatrix} x_M - x_K \\ y_M - y_K \end{pmatrix} = \vec{KM} \begin{pmatrix} -1 - (-2) \\ 5 - (-3) \end{pmatrix} = \vec{KM} \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

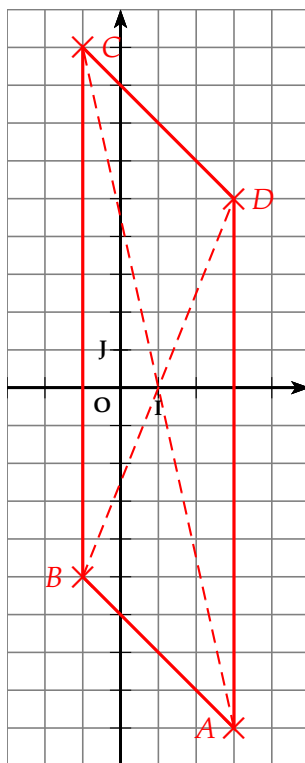
2ème méthode : avec les coordonnées des vecteurs

$$\vec{KL} + \vec{LM} = \vec{KL} \begin{pmatrix} x_L - x_K \\ y_L - y_K \end{pmatrix} + \vec{LM} \begin{pmatrix} x_M - x_L \\ y_M - y_L \end{pmatrix} = \vec{KL} \begin{pmatrix} 3 - (-2) \\ -4 - (-3) \end{pmatrix} + \vec{LM} \begin{pmatrix} -1 - 3 \\ 5 - (-4) \end{pmatrix} = \vec{KL} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} + \vec{LM} \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{KM} = \overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} + \overrightarrow{LM} \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \end{pmatrix} = \overrightarrow{KM} \begin{pmatrix} 5 + (-4) \\ -1 + 9 \end{pmatrix} = \overrightarrow{KM} \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Exercice 5 Construire un repère $(O; I, J)$ orthogonal.

- 1) Placer les points $A(3; -9)$ et $B(-1; -5)$.
- 2) Placer les points C et D tels que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme de centre I .



3) Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants.

a) \overrightarrow{AB}

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 - 3 \\ -5 - (-9) \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

b) \overrightarrow{DC}

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \iff \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

c) \overrightarrow{AD}

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 3 - 3 \\ 1 - (-9) \end{pmatrix} = \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Exercice 6 Dans un repère, on considère les points A et B de coordonnées respectives $(3; -4)$ et $(-1; 2)$. Quelles sont les coordonnées de C tel que $\overrightarrow{AB} = -5\overrightarrow{AC}$?

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = -5\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \iff \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = -5\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - 3 \\ y_C - (-4) \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 = -5(x_C - 3) \\ 6 = -5(y_C + 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = -5x_C + 15 \\ 6 = -5y_C - 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{19}{5} \\ y_C = -\frac{26}{5} \end{cases} \text{ D'où } C \left(\frac{19}{5}; -\frac{26}{5} \right)$$

Exercice 7 Dans un repère, on considère les points suivants : $A \left(\frac{2}{9}; \frac{6}{25} \right)$ et $B \left(-\frac{5}{6}; \frac{9}{20} \right)$.

Calculer les coordonnées de C tel que $\overrightarrow{AC} = \frac{15}{2}\overrightarrow{AB}$.

$$\frac{15}{2}\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \Leftrightarrow \frac{15}{2}\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -\frac{19}{18} \\ \frac{21}{100} \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - \frac{2}{9} \\ y_C - \frac{6}{25} \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{15}{2} \times \frac{-19}{18} = x_C - \frac{2}{9} \\ \frac{15}{2} \times \frac{21}{100} = y_C - \frac{6}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{95}{12} + \frac{2}{9} = x_C \\ \frac{63}{40} + \frac{6}{25} = y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -\frac{277}{36} \\ y_C = \frac{363}{200} \end{cases} \text{ D'où } C \left(-\frac{277}{36}; \frac{363}{200} \right)$$

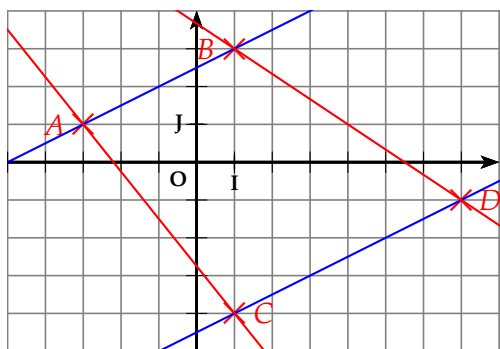
Exercice 8 Dans un repère orthogonal, placer les points :

• $A(-3;1)$

• $B(1;3)$

• $C(1,-4)$

• $D(7;-1)$



Les droites suivantes sont-elles parallèles ?

1) (AB) et (CD)

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 - (-3) \\ 3 - 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 7 - 1 \\ -1 - (-4) \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} = 1,5\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Les 2 vecteurs sont colinéaires. les droites sont donc parallèles.

2) (AC) et (BD)

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1 - (-3) \\ -4 - 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} = \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} 7 - 1 \\ -1 - 3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\det(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BD}) = 4 \times (-4) - 6 \times (-5) = 14 \neq 0$$

Les 2 vecteurs ne sont pas colinéaires. les droites ne sont donc pas parallèles.

Exercice 9 Dans un plan muni d'un repère, on place les points $A(1; -2)$, $B(-3; 1)$, $C(-17; 15)$ et $D(-5; 6)$.
Montrer que ABCD est un trapèze.

On calcule les 4 vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{DA} .

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 - 1 \\ 1 - (-2) \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -17 - (-3) \\ 15 - 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -14 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -5 - (-17) \\ 6 - 15 \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 12 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} 1 - (-5) \\ -2 - 6 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires car $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{AB}$ donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles. ABCD est donc bien un trapèze.

Exercice 10 - Sommes algébriques sans grille Soit A, B, C et D quatre points quelconques.

1) Démontrer les égalités suivantes.

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}) = \overrightarrow{DA}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}) &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} \\ &= \overrightarrow{AA} + \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{DA} \end{aligned}$$

b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CC} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} \end{aligned}$$

2) Simplifier l'écriture des vecteurs suivants.

a) $\vec{u} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD})$

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} \\ \vec{u} &= \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} \\ \vec{u} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} \\ \vec{u} &= \overrightarrow{BB} = \vec{0} \end{aligned}$$

b) $\vec{v} = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} \\ \vec{v} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} \\ \vec{v} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} \\ \vec{v} &= \overrightarrow{AA} = \vec{0} \end{aligned}$$

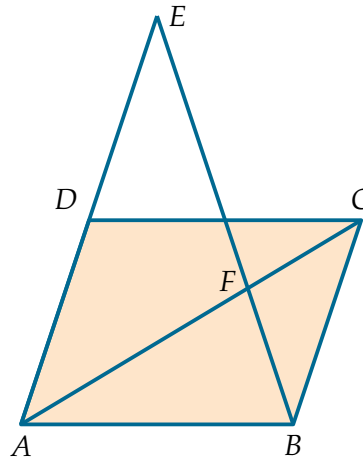
Exercice 11 - Alignement

On considère un parallélogramme $ABCD$ et les points E et F définis par :

- $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AD}$

- $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

1) Faire une figure.



2) Que peut-on conjecturer sur les points B, F et E ?

Les points B, F et E semblent alignés.

On choisit $(A; D, B)$ comme repère.

3) Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} .

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4) En déduire les coordonnées du point C.

A étant l'origine du repère, \overrightarrow{AC} et C ont les mêmes coordonnées, donc $C(1;1)$.

5) Quelles sont les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AF} ?

$$\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AF} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

6) En déduire les coordonnées du point F.

A étant l'origine du repère, \overrightarrow{AF} et F ont les mêmes coordonnées, donc $F\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

7) Calculer les coordonnées du point E.

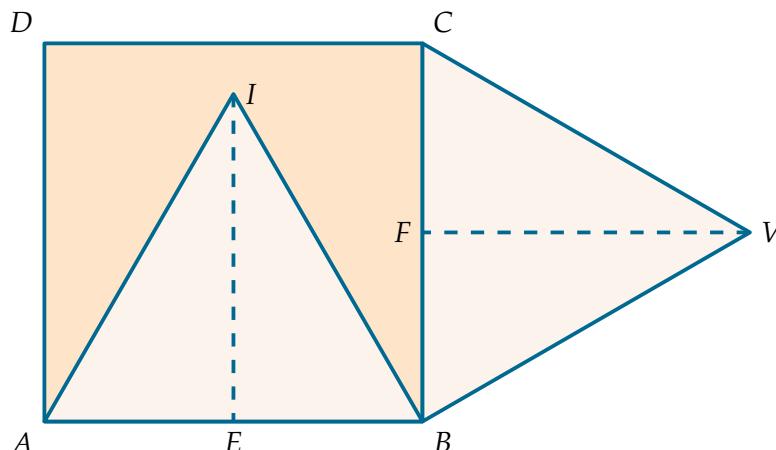
$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AD} = 2 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ A étant l'origine du repère, \overrightarrow{AE} et E ont les mêmes coordonnées, donc $E(0;2)$.

8) Démontrer que \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{BF} sont colinéaires. Conclure.

$\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} x_E - x_B \\ y_E - y_B \end{pmatrix} = \overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 2 - 0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.
 $\overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} x_F - x_B \\ y_F - y_B \end{pmatrix} = \overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} - 1 \\ \frac{2}{3} - 0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$. On voit que $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BF}$. Les 2 vecteurs sont colinéaires et ont un point en commun (le point B), donc les points B, E et F sont alignés.

Exercice 12 - Un classique Sur la figure ci-dessous, on considère le carré $ABCD$ de côté 5 cm et les triangles équilatéraux ABI et BCV .

- 1) Construire la figure en vraie grandeur.



On se place dans le repère $(A; B, D)$.

- 2) Calculer les coordonnées des points I et V .

Pour calculer les coordonnées, on a besoin de la hauteur des triangles équilatéraux. On va donc calculer IE (ou VF) à l'aide de Pythagore dans le triangle rectangle AEI (ou BVF).

$$IE^2 = IA^2 - AE^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \text{ d'où } IE = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\vec{AI} = \vec{AE} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \vec{EI} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} = \vec{AI} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}.$$

A étant l'origine du repère, \vec{AI} et I ont les mêmes coordonnées, donc $I \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

$$\vec{AV} = \vec{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \vec{BF} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} + \vec{FV} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{AV} \begin{pmatrix} \frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

A étant l'origine du repère, \vec{AV} et V ont les mêmes coordonnées, donc $V \left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} \right)$.

- 3) Démontrer que les points D , I et V sont alignés.

$$\vec{DV} \begin{pmatrix} x_V - x_D \\ y_V - y_D \end{pmatrix} = \vec{DV} \begin{pmatrix} \frac{2+\sqrt{3}}{2} - 0 \\ \frac{1}{2} - 1 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{DV} \begin{pmatrix} \frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

$$\vec{DI} \begin{pmatrix} x_I - x_D \\ y_I - y_D \end{pmatrix} = \vec{DI} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{DI} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}-2}{2} \end{pmatrix}.$$

On voit que $\vec{DV} = (2 + \sqrt{3}) \times \vec{DI}$.

Les 2 vecteurs sont colinéaires et ont un point en commun (le point D), donc les points D, I et V sont alignés.