

## Correction - DS n°3

### Équations du second degré - Sujet A

#### Exercice 1 - Equations - ( 1,5 points )

Déterminer les racines des fonctions polynômes du second degré.

1)  $f(x) = 3(x+7)(-x+11)$  (0,5)

$$x+7=0 \text{ et } -x+11=0 \iff x_1 = -7 \text{ et } x_2 = 11$$

2)  $g(x) = x(x-45)$  (0,5)

$$x=0 \text{ et } x-45=0 \iff x_1 = 0 \text{ et } x_2 = 45$$

3)  $h(x) = -4(x+6)(x-501)$  (0,5)

$$x+6=0 \text{ et } x-501=0 \iff x_1 = -6 \text{ et } x_2 = 501$$

#### Exercice 2 - Factorisation - ( 5,5 points )

Donner les racines du polynôme du second degré donné, puis le factoriser

1)  $A(x) = x^2 + 6x + 9$  (1)

$$A(x) = x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

(Identité remarquable)

3)  $C(x) = x^2 + 18x + 77$  (1,5)

$$\begin{aligned} C(x) &= x^2 + 18x + 77 \\ \Delta &= 18^2 - 4 \times 77 = 16 \\ x_1 &= \frac{-18 - \sqrt{16}}{2} = -11 \\ \text{et } x_2 &= \frac{-18 + \sqrt{16}}{2} = -7 \\ C(x) &= (x+11)(x+7) \end{aligned}$$

2)  $B(x) = -x^2 + 2x + 15$  (1,5)

$$\begin{aligned} B(x) &= -x^2 + 2x + 15 \\ \Delta &= 4 + 4 \times 15 = 64 \\ x_1 &= \frac{-2 - \sqrt{64}}{2 \times (-1)} = 5 \\ \text{et } x_2 &= \frac{-2 + \sqrt{64}}{2 \times (-1)} = -3 \\ B(x) &= -(x+3)(x-5) \end{aligned}$$

4)  $D(x) = 2x^2 - 7x + 8$  (1,5)

$$\begin{aligned} D(x) &= 2x^2 - 7x + 8 \\ \Delta &= (-7)^2 - 4 \times 2 \times 8 = -15 \\ \text{Pas de racines et factorisation impossible.} \end{aligned}$$

#### Exercice 3 - Inéquations - ( 5,5 points )

Résoudre les inéquations données.

1)  $4x^2 - 2x + \frac{1}{4} > 0$  (1,5)

$$\begin{aligned} \Delta &= 0 \text{ et } x_0 = \frac{1}{4} \text{ et } a > 0 \text{ donc} \\ S &= \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\} \end{aligned}$$

2)  $x^2 - 3x + 5 \leq 0$  (1)

$$\Delta = -11 \text{ et } a > 0$$

$$S = \emptyset$$

$$3) 6x^2 + 7x - 3 \geq 0 \quad (1,5)$$

$$\Delta = 121$$

$$x_1 = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{1}{3}$$

$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

$$S = \left] -\infty; -\frac{3}{2} \right] \cup \left[ \frac{1}{3}; +\infty \right[$$

$$4) 49x^2 - 4 \geq 0 \quad (1,5)$$

$$\iff (7x - 2)(7x + 2) \geq 0$$

$x$	$-\infty$	$-\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

$$S = \left] -\infty; -\frac{2}{7} \right] \cup \left[ \frac{2}{7}; +\infty \right[$$

#### Exercice 4 - Tableau de variations - ( 2 points )

Pour la fonction polynôme du second degré ci-dessous, dresser son tableau de variations (les valeurs du tableau de variations doivent être justifiées).

$$f(x) = -6x^2 + 24x - 30$$

On a  $a = -6 < 0$ ,  $\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{24}{12} = 2$  et  $\beta = f(\alpha) = -6 \times 2^2 + 24 \times 2 - 30 = -6$  donc :

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$f$		-6	

#### Exercice 5 - Somme et Produit de racines - ( 2 points )

Pour chaque équation, déterminer une solution évidente et en déduire l'autre sans calculer le discriminant.

$$1) 3x^2 - 4x - 7 = 0 \quad (1)$$

$$2) -2x^2 + 14x - 20 = 0 \quad (1)$$

$$1) \quad x_1 = -1, \text{ d'ou } S = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$

$$x_2 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3}$$

$$2) \quad x_1 = 2, \text{ d'ou } S = -\frac{b}{a} = 7$$

$$x_2 = 7 - 2 = 5$$

### Exercice 6 - Problème - ( 4 points )

Une athlète lance un javelot à l'instant  $t = 0$ . La hauteur  $h(t)$ , en mètre, à l'instant  $t$ , en seconde, du centre de gravité est :

$$h(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2$$

La hauteur est mesurée à partir du sol.

- 1) À quel instant le javelot est-il au plus haut et quelle est la hauteur maximale ? ①

On cherche  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{8}{2 \times (-0,5)} = 8 \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha) = -\frac{1}{2} \times 8^2 + 8 \times 8 + 2 = 34$$

Au bout de 8 secondes, le javelot atteint une hauteur de 34m.

- 2) Pendant combien de temps le javelot est-il au-dessus de 32m ? ②

$$\text{on résout l'inéquation : } h(t) \geq 32 \iff -\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2 \geq 32 \iff -\frac{1}{2}t^2 + 8t - 30 \geq 0$$

$$\Delta = 64 - 4 \times \frac{1}{2} \times 30 = 4$$

$$t_1 = \frac{-8 - \sqrt{4}}{2 \times (-0,5)} = 10$$

$$\text{et } t_2 = \frac{-8 + \sqrt{4}}{2 \times (-0,5)} = 6$$

Le javelot sera au-dessus de 32m pendant  $x_1 - x_2 = 4$  secondes.

- 3) Au bout de combien de temps le javelot touchera-t-il le sol ? (À quel instant le javelot touchera-t-il le sol ?) ①

on résout l'équation  $h(x) = 0$  :

$$-\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2 = 0 \quad \Delta = 64 - 4 \times \frac{-1}{2} \times 2 = 68$$

$$t_1 = \frac{-8 - \sqrt{68}}{2 \times (-0,5)} = 8 - 2\sqrt{17} \approx -0,246$$

$$\text{et } t_2 = \frac{-8 + \sqrt{68}}{2 \times (-0,5)} = 8 + 2\sqrt{17} \approx 16,246$$

Le javelot touchera donc le sol au bout de 16,2 secondes environ.