Chapitre 05 - Fonction trigonométriques
Exercices

Exercices obligatoires

Exercice 1
résoudre l'équation donnée dans l'intervalle I.

1) $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ avec $\mathrm{I} = \mathbb{R}$.
2) $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ avec $I = \mathbb{R}$.
3) $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ avec $I = \mathbb{R}$.
4) $\cos(x) = \frac{1}{2}$ avec $I = \mathbb{R}$.
5) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ avec $\mathrm{I} = [0; 2\pi[$.
6) $\sin(x) = \frac{1}{2}$ avec $\mathrm{I} =]-\pi; \pi]$.
7) $\cos(x) = 0$ avec $\mathrm{I} =]-\pi; \pi]$.
8) $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ avec $\mathrm{I} =]-\pi; \pi]$.
9) $\sin(x) = 0$ avec $I =]-\pi; \pi]$.
10) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ avec $\mathrm{I} = [0; 4\pi[$.

Exercice 2 - Cet exercice utilise des notions d'autres chapitres.

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2X^2 - 3X + 1 = 0$
   b) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $2\cos^2(x) - 3\cos(x) + 1 = 0$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   a) $\cos^2(x) + \sqrt{2}\cos(x) + \frac{1}{2} = 0$.
   b) $\sin^2(x) - \cos^2(x) = 0$.

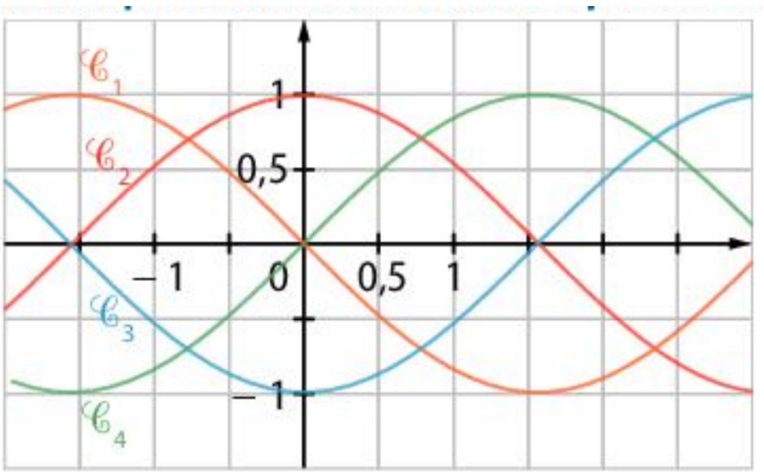
Exercice 3
Pour chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ proposées, étudier sa parité et démontrer qu'elle est T - périodique.

1) $f(x) = 3 + 2\cos(x)$; $\mathrm{T} = 2\pi$.
2) $g(x) = \sin^2(x)$; $\mathrm{T} = \pi$.
3) $h(x) = |\sin(x)|$; $\mathrm{T} = \pi$.
4) $p(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$; $\mathrm{T} = \pi$.

Exercice 4
Étudier la parité de chacune des fonctions suivantes, définies sur $\mathbb{R}$.

1) $f(x) = x\cos(x)$
2) $g(x) = x\sin(x)$
3) $h(x) = x^2\cos(x)$
4) $p(x) = x\sin^2(x)$

Pour les exercices 5 à 8 , on considère les courbes C_1, C_2, C_3 et C_4 données dans le repère ci-dessous. Associer chaque fonction à sa courbe représentative.



Exercice 5

$f(x) = \sin(x)$; $g(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$; $h(x) = \sin(x + \pi)$.

Exercice 6

$f(x) = \cos(x)$; $g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$; $h(x) = \cos(x + \pi)$

Exercice 7

$f(x) = \sin(\pi - x)$; $g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$; $h(x) = \cos(-x)$.

Exercice 8

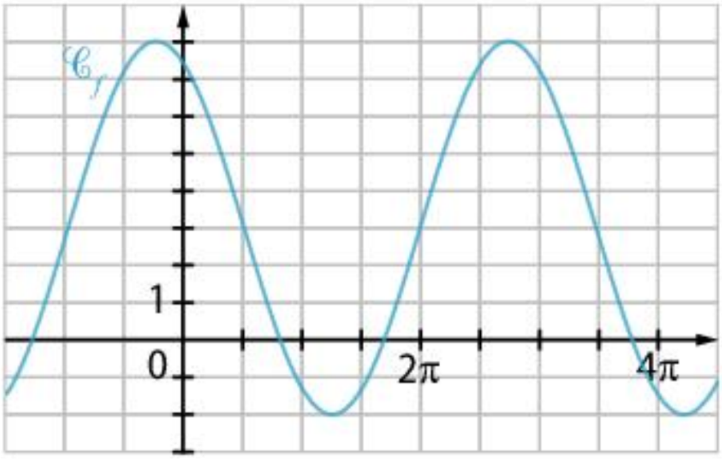
$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$; $g(x) = \cos(\pi - x)$; $h(x) = \sin(-x)$.

Exercice 9

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3 - 5\sin\left(\frac{2x - \pi}{3}\right)$$

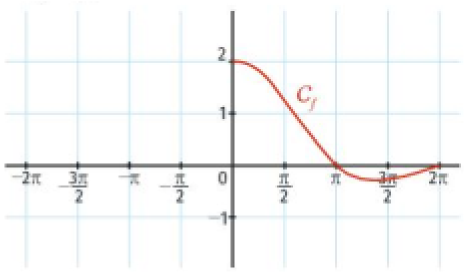
On donne ci-dessous une partie de sa représentation graphique.



1) On admet que 3 a exactement deux antécédents par f dans l'intervalle $[0; 3\pi]$.
   a) À l'aide du graphique, conjecturer les valeurs exactes de ces antécédents.
   b) Montrer par le calcul que ces valeurs conviennent.
2) Démontrer que la fonction f est 3π-périodique.
3) En déduire l'ensemble des antécédents de 3 par f dans $\mathbb{R}$.

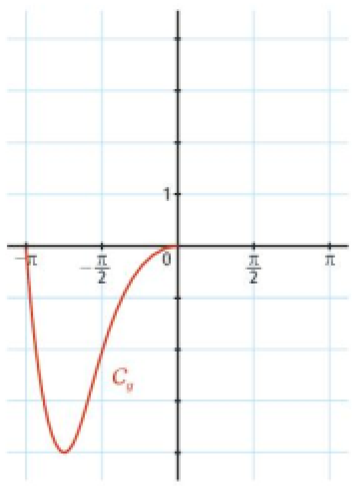
Exercice 10

Sachant que la fonction f est une fonction paire, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur$[-2\pi; 2\pi]$.



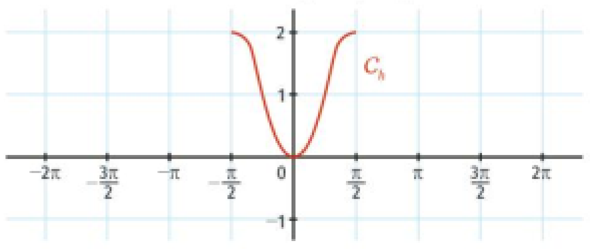
Exercice 11

Sachant que la fonction g est une fonction impaire, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur$[-\pi; \pi]$.



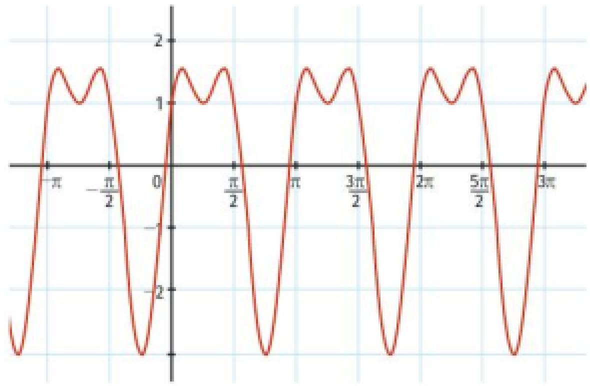
Exercice 12

Sachant que la fonction h est une fonction π-périodique, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-2\pi; 2\pi]$.



Exercice 13

Déterminer graphiquement la période de la fonction f dont on fournit la courbe représentative.



Exercices facultatifs

Exercice 14

On considère la fonction f définie sur R par $f(x) = \cos(x) + x^2$.

1) Montrer que f est une fonction paire.

2) Que peut-on en déduire sur la courbe représentative de f ?

Exercice 15

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + \sin(x)$.

1) Montrer que g est une fonction impaire.

2) Que peut-on en déduire sur la courbe représentative de g ?

Exercice 16

En exprimant, pour tout réel x, $f(-x)$ à l'aide de $f(x)$, dire si les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ ci-dessous sont paires ou impaires.

1) $f : x \mapsto x \times \sin(x)$

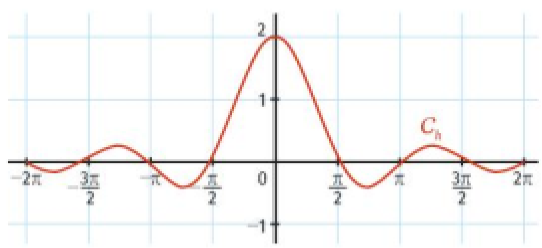
2) $f : x \mapsto x \times \cos(x)$

3) $f : x \mapsto (\sin(x))^2$

4) $f : x \mapsto \dfrac{x^2}{2 + \cos(x)}$

Exercice 17

La fonction h dont la représentation graphique est fournie semble-t-elle paire ? impaire ? périodique ?

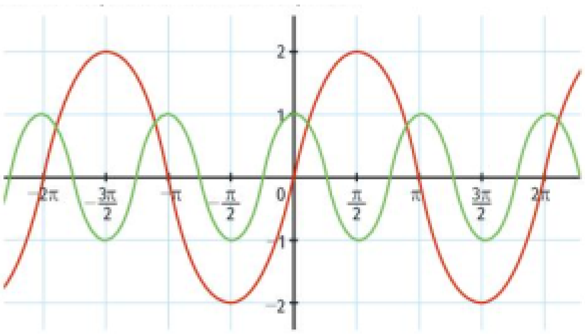


Exercice 18

Donner à chaque courbe représentative la fonction qui lui correspond. Justifier la réponse.

1) $f : x \mapsto 2\sin(x)$

2) $g : x \mapsto \cos(2x)$



Exercice 19

Dans chacun des cas suivants, déterminer, s'il existe, un nombre réel x vérifiant les conditions données. On pourra s'aider du cercle trigonométrique.

1) $\cos(x) = \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$

- **a)** $x \in [0; \pi[$
- **b)** $x \in \left]-\pi; -\dfrac{\pi}{2}\right]$

2) $\sin(x) = \dfrac{1}{2}$

- **a)** $x \in \left[\dfrac{\pi}{2}; \pi\right[$
- **b)** $x \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right[$

3) $\cos(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

- **a)** $x \in [\pi; 2\pi]$
- **b)** $x \in \left[\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right]$

4) $\cos(x) = 3$ avec $x \in [0; 2\pi]$