

Chapitre 3

Généralités sur les fonctions

I. Intervalles de \mathbb{R}

1) Définition d'un intervalle

Définition

Soient a et b deux nombres réels avec $a < b$:

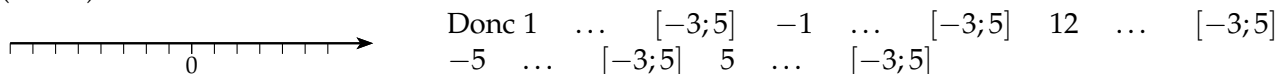
L'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$ est l'**intervalle** $...$.

Il contient tous les nombres $...$

On peut le représenter sur la droite réelle.



Exemple : l'intervalle $[-3 ; 5]$ contient tous les nombres compris entre -3 (inclus) et 5 (inclus).



Remarque On utilise les symboles \in "appartient" et \notin "n'appartient pas".

2) Différents types d'intervalles

Définition

Soient a et b deux nombres réels avec $a < b$:

L'ensemble des réels x tels que :

$a \leq x \leq b$	est l'intervalle	$...$	\longrightarrow
$a < x < b$	est l'intervalle	$...$	\longrightarrow
$a \leq x < b$	est l'intervalle	$...$	\longrightarrow
$a < x \leq b$	est l'intervalle	$...$	\longrightarrow
$a \leq x$	est l'intervalle	$...$	\longrightarrow
$a < x$	est l'intervalle	$...$	\longrightarrow
$x \leq b$	est l'intervalle	$...$	\longrightarrow

$x < b$ est l'intervalle ... —————→

Remarques

- ☞ $+\infty$ se lit "plus l'infini" et $-\infty$ se lit "moins l'infini",
- ☞ l'intervalle $[a; b[$ est **fermé** en a (crochet ...) :
 $a \in [a; b[$, et est **ouvert** en b (crochet ...) :
 $b \notin [a; b[$,
- ☞ On écrit toujours $] - \infty$ et $+\infty [$ (intervalles ouverts).

Exemple :

Inégalité	Signification	Notation	Représentation
$2 \leq x \leq 5$	x est compris entre ... (inclus) et ... (inclus)	$x \in [2; 5]$	—————→
$-3 < x \leq 2$	x est compris entre ... (exclu) et ... (inclus)	$x \in]-3; 2]$	—————→
$-5 \leq x < -1$	x est compris entre ... (inclus) et ... (exclu)	$x \in [-5; -1[$	—————→
$-2 < x < 8$	x est compris entre ... (exclu) et ... (exclu)	$x \in]-2; 8[$	—————→
$8 \leq x$	x est supérieur ... à ...	$x \in [8; +\infty [$	—————→
$x > 0$	x est ... à ...	$x \in]0; +\infty [$	—————→
$x \leq -5$	x est ... à ...	$x \in]-\infty; -5]$	—————→
$7 > x$	x est ... à ...	$x \in]-\infty; 7[$	—————→

Remarque Dans l'intervalle $[a; b]$, le nombre $b - a$ s'appelle l'**amplitude** de l'intervalle.

🔗 Exercice

Exercices : 34 à 39 p 41 et 42

II. Représentation graphique d'une fonction

1) Construction d'une courbe

☰ Méthode - Tracer une courbe dans un repère

Énoncé :

Soit la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$.

On donne un tableau de valeurs de la fonction f :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$f(x)$	4	5,25	6	6,25	6	5,25	4	2,25

Tracer, dans un repère, la courbe représentative de la fonction f .

👉 **Remarque** Les images $f(x)$ se lisent sur l'axe des ordonnées (y) donc la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$ peut se noter $y = 5x - x^2$.
De façon générale, l'équation d'une courbe se note $y = f(x)$.

☰ Méthode - Vérifier si un point appartient à la courbe d'une fonction

Énoncé :

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 3$

Vérifier que le point de coordonnées $(-2; 7)$ appartient à la courbe de f .

2) Lecture graphique d'une image et d'un antécédent

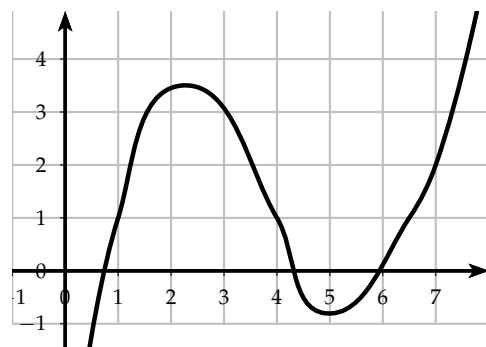
☰ Méthode - Lire graphiquement une image et un antécédent

Énoncé :

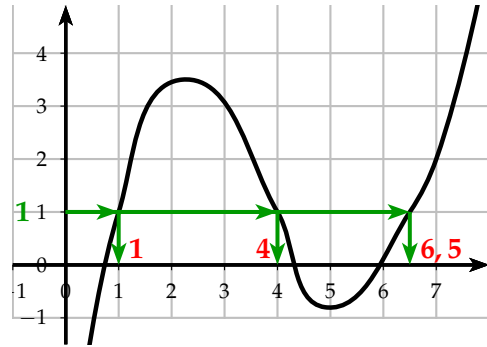
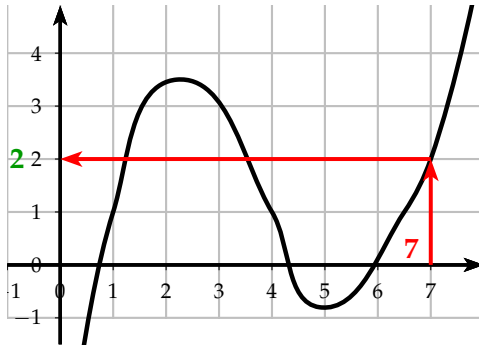
On considère la fonction f représentée ci-contre.

Déterminer graphiquement :

- 1) L'image de 7 par la fonction f .
- 2) Trois antécédents de 1 par la fonction f .



réponse :

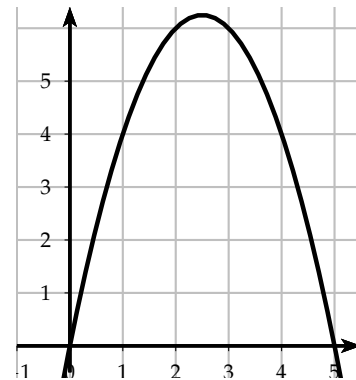


III. Résolution graphique d'équations et d'inéquations

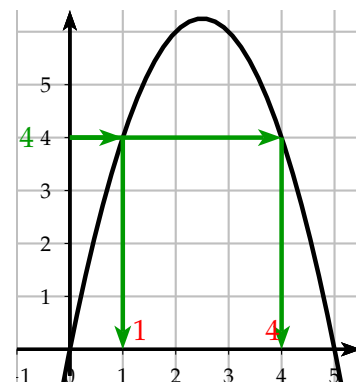
☰ Méthode - Résoudre graphiquement une équation

Énoncé :

On a représenté la courbe de la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$.
Résoudre graphiquement l'équation $5x - x^2 = 4$.



réponse :

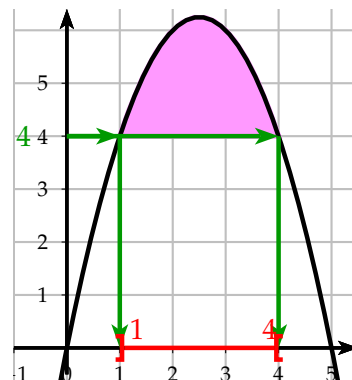


Remarques

- ☞ Par lecture graphique, les solutions obtenues sont approchées.
- ☞ L'équation $f(x) = 7$, par exemple, ne semble pas avoir de solution car la courbe représentée ne possède pas de point d'ordonnée 7.
- ☞ Graphiquement, on ne peut pas être certain que les solutions qui apparaissent sont les seules. Il pourrait y en avoir d'autres au-delà des limites de la représentation graphique tracée.

☰ Méthode - Résoudre graphiquement une inéquation**Énoncé :**

Dans la méthode précédente, on a représenté la courbe de la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$. Résoudre graphiquement l'inéquation $5x - x^2 > 4$.

réponse :

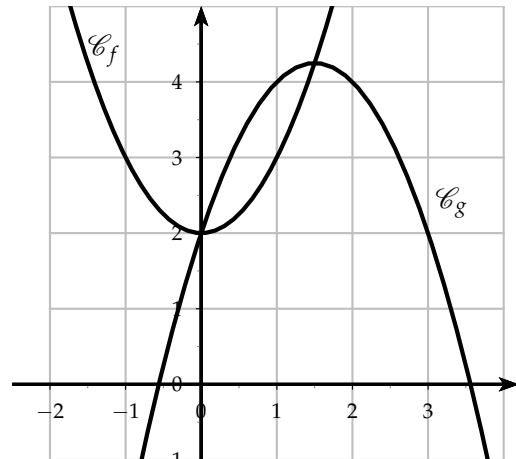
Méthode - Résoudre une équation ou une inéquation du type : $f(x) = g(x), f(x) < g(x)$

Enoncé :

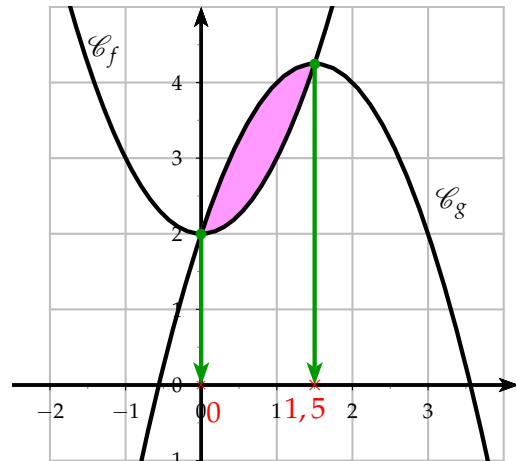
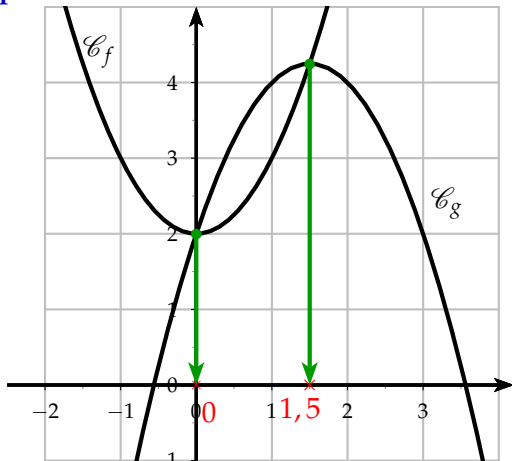
On a représenté les courbes des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x^2 + 2 \text{ et } g(x) = -x^2 + 3x + 2$$

- 1) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- 2) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.



réponse :



Exercice

Exercices : 31-32 p 145

Exercices : 37-38 p 147

Exercices : 24-25-26-29 p 170

Exercices : 38-40 p 171-172