Chapitre 1

Fonctions polynôme de dégré 2

I. Forme développée

Définition

....

....

....

....

Remarque Une fonction polynôme de degré 2 s'appelle également fonction trinôme du second degré ou par abus de langage « *trinôme* ».

Manipulation

Sur le logiciel GeoGebra créer trois curseurs a, b, c puis dans la ligne de saisie taper $f(x) = ax^2 + bx + c$. On obtient ainsi le tracé de la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ on s'intéressera aux cas où $a \neq 0$. (si $a = 0 f$ est une fonction affine)

Définition

La courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré est appelée

....

Exemple :

- $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ ou $g(x) = (x - 4)(5 - 2x)$ sont des fonctions polynômes de degré 2.
- $h(x) = 5x - 3$ est une fonction polynôme de degré 1.
- $i(x) = 5x^4 - 7x^3 + 3x - 8$ est une fonction polynôme de degré 4.

Variations de la fonction trinôme

Manipulation

Sur le logiciel GeoGebra, reprendre la manipulation précédente et prendre un $a > 0$. Faire alors varier b et c. Que constatez-vous quant variations de f ? Et si on prend un autre a strictement positif ? Conjecturer les variations de f en complétant le tableau de variation suivant :

1er cas $a > 0$:

x	
$f(x)$	

Manipulation

Sur le logiciel GeoGebra, reprendre la manipulation précédente et prendre un $a < 0$. Faire alors varier b et c. Que constatez-vous quant variations de f ? Et si on prend un autre a strictement négatif ? Conjecturer les variations de f en complétant le tableau de variation suivant :

2ème cas $a < 0$:

x	
$f(x)$	

Nous retiendrons donc :

Propriété

Si $a > 0$

x	$-\infty$	x_S	$+\infty$
$f(x)$			

Si $a < 0$

x	$-\infty$	x_S	$+\infty$
$f(x)$			

Définition

le point de coordonnés $(x_S; y_S)$ avec y_S l'extremum de f sur P est appelé **sommet de la parabole**.

II. Forme canonique d'une fonction polynôme de degré 2

Propriété

Toute fonction polynôme f de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ peut s'écrire sous la forme :

....

....

....

....

Démonstration

Faite sur le cahier.

Manipulation

Sur le logiciel GeoGebra créer trois curseurs a, α, β puis dans la ligne de saisie taper $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. On obtient ainsi le tracé de la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. Compléter alors le cas général ci-dessous.

Propriété

Le sommet S a pour coordonnées ....

Propriété

La parabole possède un .... Il s'agit de la droite d'équation ....

Avec ces nouvelles données, on peut maintenant compléter notre tableau de variations :

Propriété

Si $a > 0$

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	

Si $a < 0$

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	

III. passage de la forme développée à la forme canonique

Pour passer de la forme développée à la forme canonique, il existe 2 méthodes

1) passer à la forme canonique à l'aide d'identité remarquable

Méthode - Déterminer la forme canonique d'une fonction polynôme de degré 2

Enoncé :
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - 20x + 10$.
On veut exprimer la fonction f sous sa forme canonique.
Réponse :

f doit être de la forme : $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ ou a, α et β sont des nombres réels.

On commence par mettre le a en facteur pour les 2 termes avec des x

....

On fait ensuite apparaitre le 3ème terme d'une identité remarquable ($a^2 \pm 2ab + b^2$)

....

On factorise l'identité remarquable et on regroupe les termes qui restent ensemble.

....

....

....

.... est la forme canonique de f.

2) Cas général

Propriété

Pour passer de la forme développée à la forme canonique (ou inversement), on peut utiliser les formules : .... et ....

Exemple : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x^2 + 60x - 20$. On veut exprimer la fonction f sous sa forme canonique.

On commence par calculer α : $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{60}{2 \times 3} = -10$.
Pour calculer β, on a 2 possibilités : soit on utilise la formule ci-dessus, soit on dit que $\beta = f(\alpha)$ et on remplace x par α dans l'expression $f(x)$