

Chapitre 2

Suites arithmétiques

I. définition et expression du terme général d'une suite arithmétique

1) définition

🔗 **Exemple** : On considère la liste des trois nombres suivants : -2 , 5 et 12 .

Dans cet ordre, ces nombres peuvent-ils être les termes consécutifs d'une suite arithmétique ?

Pour y répondre, il faut s'assurer que la différence entre deux termes consécutifs reste la même.

$$12 - 5 = 7$$

$$5 - (-2) = 7$$

Cette différence reste égale à 7 .

-2 , 5 et 12 sont bien les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

Une telle suite est appelée une suite arithmétique de raison 7 et de premier terme -2 . La suite est donc définie par : $U_{n+1} = U_n + 7$ et $U_0 = -2$.

 Définition

.....

.....

.....

 Méthode - Démontrer si une suite est arithmétique
Énoncé :

- 1) La suite U_n définie par : $U_n = 7 - 9n$ est-elle arithmétique ?
- 2) La suite V_n définie par : $V_n = n^2 + 3$ est-elle arithmétique ?

2) Forme explicite d'une suite arithmétique

 Méthode - Exprimer une suite arithmétique en fonction de n
Énoncé :

Pour préparer une course, un athlète décide de s'entraîner de façon progressive. Il commence son entraînement au « jour 0 » par un petit footing d'une longueur de 3000 m. Au « jour 1 », il court 3150 m. Au « jour 2 », il court 3300 m puis ainsi de suite en parcourant chaque jour 150 m de plus que la veille. On note U_n la distance parcourue au « jour n » d'entraînement.

- 1) Calculer U_3 et U_4 .

- 2) Quelle est la nature de la suite (U_n) ? On donnera son premier terme et sa raison.
- 3) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .
- 4) Donner la variation de la suite (U_n) .
- 5) Exprimer U_n en fonction de n .

Propriété

.....

.....

.....

3) Rappel : Variation

Propriété

U_n est une suite arithmétique de raison r .

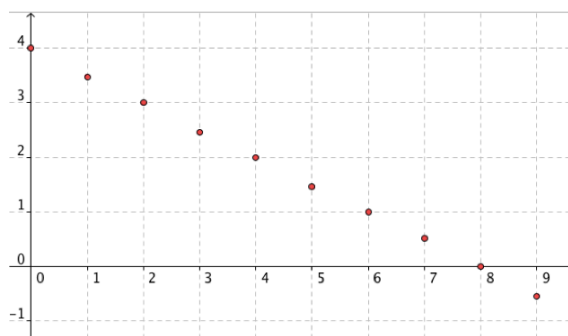
-
-

Exemple : La suite arithmétique U_n définie par $U_n = 8 - 3n$ est décroissante car de raison négative et égale à -3 .

4) Rappel : Représentation graphique

Les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique sont alignés.

Exemple : On a représenté ci-dessous la suite de raison $0,5$ et de premier terme 4 .



II. Somme des termes d'une suite arithmétique

☰ Méthode - Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique

Énoncé :

On reprend le contexte de la méthode du paragraphe I.

- 1) Quelle distance aura-t-il parcourue au total lorsqu'il sera au « *jour 15* » de son entraînement ?
- 2) Quelle distance aura-t-il parcourue au total entre le « *jour 8* » et le « *jour 12* » ?


Réponse :

⚙️ Propriété

.....

🧮 Calculatrice

Pour vérifier, on peut utiliser la calculatrice :

- Pour accéder au catalogue : .
- Sélectionner le menu analyse
- Choisir $\sum_{k=m}^n (f(k))$
- Et compléter pour afficher : $\sum_{X=0}^{14} (3000 + 150X)$

III. Moyenne arithmétique de deux nombres

☰ Méthode - Calculer une moyenne arithmétique de deux nombres

Énoncé :

- 1) Calculer la moyenne arithmétique des nombres -3 et 19 .
- 2) Peut-on affirmer que chaque terme d'une suite arithmétique est la moyenne arithmétique du terme qui le précède et du terme qui le suit ?

💬 Définition

.....

.....

Résumé

	(U_n) suite arithmétique : - de raison r - premier terme U_0	Exemple : $r = -0,5$ et $U_0 = 4$
Définition	$U_{n+1} = U_n + r$	$U_{n+1} = U_n - 0,5$ La différence entre un terme et son précédent est égale à $-0,5$
Propriété	$U_n = U_0 + nr$ $U_n = U_1 + (n - 1)r$	$U_n = 4 - 0,5n$
Variations	Si $r > 0$: (U_n) est croissante Si $r < 0$: (U_n) est décroissante	$r = -0,5 < 0$ La suite (U_n) est décroissante.
Somme des termes consécutifs	Somme = nombre de termes \times $\left(\frac{\text{1er terme} + \text{dernier terme}}{2} \right)$	$U_3 + \dots + U_{10} = 8 \times \frac{U_3 + U_{10}}{2}$
Représentation graphique	Remarque : Les points de la représentation graphique sont alignés. On parle de croissance linéaire.	