Chapitre 11

Correction des exercices obligatoires Probabilités

I. Modélisation des expériences aléatoires

Exercice 1 - (Évènement certain/impossible/élémentaire) - 34 p 310 du LS
On lance un dé à 6 faces supposé équilibré.
Dire si les événements suivants sont des événements certains, impossibles, élémentaires ou non élémentaires.

1) « *Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6* »

événement certain et non élémentaire.

2) « *Obtenir un nombre premier* »

Événement non élémentaire (les nombres premiers sont 2, 3 et 5)

3) « *Obtenir un multiple de 3* »

Événement non élémentaire (les multiples de 3 sont 3 et 6)

4) « *Obtenir un multiple de 7* »

Événement impossible

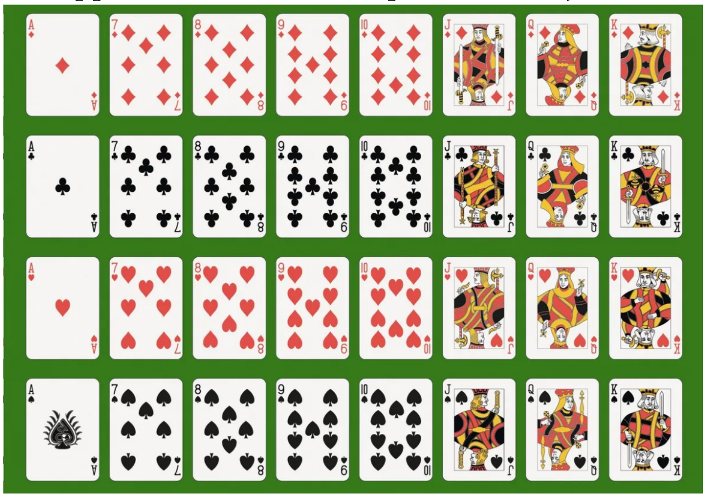
5) « *Obtenir un diviseur de 7* »

Événement élémentaire (le diviseur de 7 est 1 et 7, mais 7 n'est pas sur le dé)

6) « *Obtenir un diviseur de 12* »

Événement non élémentaire (les diviseurs de 12 sont 1, 2, 3, 4 et 6)

Exercice 2 - (Univers d'une expérience) - 37 p 310 du LS
On rappelle ci-dessous la composition d'un jeu de 32 cartes.



Dans chaque cas, déterminer l'univers associé à l'expérience aléatoire décrite.

1) On tire une carte au hasard et on s'intéresse à sa couleur.

Univers : {Pique, Trèfle, Carreau, Coeur}

2) On tire une carte au hasard et on s'intéresse à sa valeur.

Univers : {As, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi}

Exercice 3 - (Univers d'une expérience) - 38 p 310 du LS

Une urne contient des jetons indiscernables au toucher. Sa composition est la suivante.

Dans chaque cas, déterminer l'univers associé à l'expérience aléatoire décrite.

1) On tire un jeton au hasard et on s'intéresse à sa couleur.

Univers : {Rouge, Bleu, Vert, Jaune}

2) On tire un jeton au hasard et on s'intéresse à sa valeur.

Univers : {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

II. Calculs de probabilité

Exercice 4 - 46 p 311 du LS

On considère un cadenas dont la clé est un code à trois chiffres. On tente une combinaison au hasard.

1) Combien y a-t-il de codes possibles ?

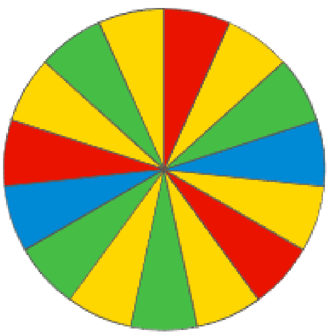
Réponse : $10^3 = 1000$ codes possibles.

2) En déduire la probabilité de trouver le bon code.

Réponse : $\dfrac{1}{1000} = 0.001$

Exercice 5 - 47 p 311 du LS

On fait tourner la roue ci-dessous dont tous les secteurs angulaires sont de même mesure.



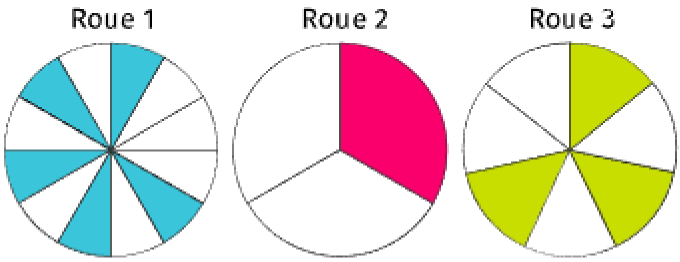
Compléter le tableau ci-dessous.

Couleur	Bleu	Rouge	Vert	Jaune
Probabilité				

Couleur	Bleu	Rouge	Vert	Jaune
Probabilité	$\dfrac{2}{15}$	$\dfrac{3}{15} = \dfrac{1}{5}$	$\dfrac{4}{15}$	$\dfrac{6}{15}$

Exercice 6 - 48 p 311 du LS

Lors d'une kermesse, dans un stand, sont disposées les trois roues ci-dessous.

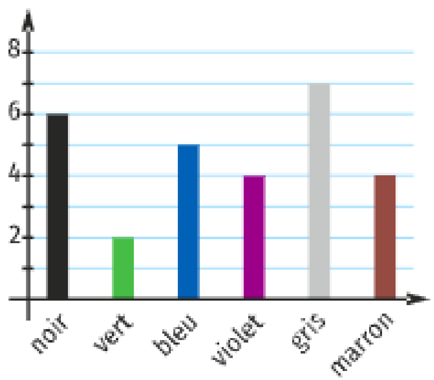


Tous les secteurs angulaires d'une même roue ont la même mesure. Le joueur doit choisir une des trois roues et la lancer. Il remporte un lot s'il tombe sur un secteur coloré.
Quelle roue le joueur doit-il choisir ?

- roue 1 : $p = \dfrac{5}{12} = \dfrac{15}{36}$
- roue 2 : $p = \dfrac{1}{3} = \dfrac{15}{45}$
- roue 3 : $p = \dfrac{3}{7} = \dfrac{15}{35}$

$\dfrac{3}{7} = \dfrac{15}{35} > \dfrac{5}{12} = \dfrac{15}{36} > \dfrac{1}{3} = \dfrac{15}{45}$.
Il vaut mieux jouer la roue 3 car c'est celle qui offre le plus de chance de victoires

Exercice 7 - 50 p 311 du LS
Le matin, Dominique choisit au hasard dans son tiroir une paire de chaussettes indiscernables au toucher dont la répartition est donnée par le diagramme en barres ci-dessous.



Compléter le tableau ci-dessous.

Couleur	Noir	Vert	Bleu	Violet	gris	Marron
Probabilité						

Couleur	Noir	Vert	Bleu	Violet	gris	Marron
Probabilité	$\dfrac{6}{28} = \dfrac{3}{14}$	$\dfrac{2}{28} = \dfrac{1}{14}$	$\dfrac{5}{28}$	$\dfrac{4}{28} = \dfrac{1}{7}$	$\dfrac{7}{28} = \dfrac{1}{4}$	$\dfrac{4}{28} = \dfrac{1}{7}$

Exercice 8 - 53 p 313 du LS
Un jeu de tarot comporte 78 cartes :

- 56 cartes « *classiques* » (14 de chaque couleur : roi ; dame ; cavalier ; valet ; 10; 9; 8; 7; 6; 5; 4; 3; 2 ; as) ;
- 21 atouts (numérotés de 1 à 21) ;

- un joker appelé « *excuse* ».

Lors du comptage des points à la fin d'une partie, les cartes n'ont pas la même valeur :

- un roi, l'atout 1 , l'atout 21 et l'excuse rapportent 4,5 points ;
- une dame rapporte 3,5 points ;
- un cavalier rapporte 2,5 points ;
- un valet rapporte 1,5 points ;
- toutes les autres cartes rapportent 0,5 point.

On tire une carte au hasard. Quelle est la probabilité de tirer :

1) une carte noire ?

Réponse : $p = \dfrac{28}{78} = \dfrac{14}{39}$

2) une carte qui rapporte moins d'un point ?

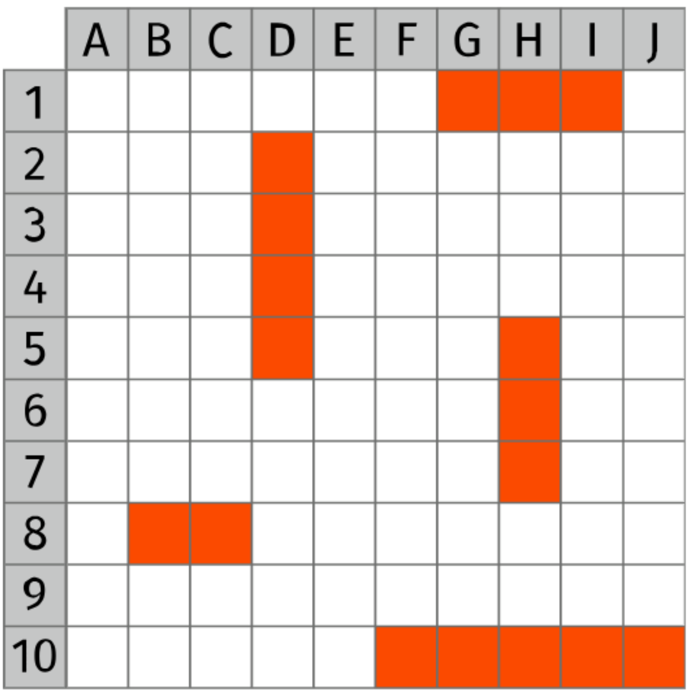
Réponse : $p = \dfrac{4 \times 10 + 19}{78} = \dfrac{59}{78}$
Pour chaque couleur (pique, trèfle, coeur et carreau) il y a 10 cartes qui valent 0,5 points et il y a 19 atouts (tous sauf 1 et 21) qui valent 0,5 points.

3) une carte qui rapporte plus de 2 points ?

Réponse : $p = \dfrac{4 \times 3 + 2 + 1}{78} = \dfrac{15}{78} = \dfrac{5}{26}$
Pour chaque couleur (pique, trèfle, coeur et carreau) il y a 3 cartes (roi, dame et cavalier) qui valent plus de 2 points. il y a également 2 atouts (1 et 21) et l'excuse qui valent plus de 2 points.

Exercice 9 - 58 p 313 du LS

À la bataille navale, chaque joueur a une flotte composée de cinq bateaux : un porte-avions (5 cases), un croiseur (4 cases), un contre-torpilleur (3 cases), un sous-marin (3 cases) et un torpilleur (2 cases). Un joueur a disposé ses bateaux comme représentés ci-après. Les bateaux sont obligatoirement disposés horizontalement ou verticalement.



L'autre joueur choisit de tirer sur une case au hasard.

1) Quelle est la probabilité qu'il touche un bateau ?

Réponse : $p = \dfrac{5+4+3+3+2}{100} = \dfrac{17}{100} = 0.17$

2) Quelle est la probabilité qu'il touche un bateau s'il décide de ne tirer que dans les colonnes D et H ?

Réponse : $p = \dfrac{5+4}{20} = \dfrac{9}{20} = 0.45$

3) Au tour précédent, il a touché la case D4. Quelle est la probabilité de toucher à nouveau le croiseur en jouant correctement ?

Pour jouer correctement, on tente 1 des 4 cases qui entourent la case D4, soit C4, E4, D3 et D5. Donc :
$p = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

Exercice 10 - 63 p 314 du LS

Pour choisir le prénom de leur futur enfant, un couple regarde le calendrier du mois de novembre et il choisit un jour au hasard. On admet que la méthode utilisée par le couple pour choisir un jour de novembre représente une situation d'équiprobabilité.

1) Quelle est la probabilité de tomber sur un jour impair ?

Réponse : $p = \dfrac{15}{30} = \dfrac{1}{2}$

2) Quelle est la probabilité de tomber sur un jour où apparaît le chiffre 1 ?

Réponse : $p = \dfrac{12}{30} = \dfrac{2}{5}$
12 dates contiennent le chiffre 1 : le 1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21.

3) Quelle est la probabilité de tomber sur un jour férié ?

Réponse : $p = \dfrac{2}{30} = \dfrac{1}{15}$
Il y a 2 jours fériés en novembre : la Toussaint (le 01 novembre) et l'Armistice (11 novembre).

Exercice 11 - 72 p 315 du LS

Dans un village, il y a deux boulangeries. On considère les événements :

- A : « *la première boulangerie est ouverte* »
- B : « *la deuxième boulangerie est ouverte* »

On sait que $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = 0,6$ et $\mathrm{P}(\mathrm{B}) = 0,8$. De plus, il y a toujours au moins une des deux boulangeries ouverte. Exprimer chacun des événements suivants en fonction des événements A et B et déterminer leur probabilité.

1) D : « *au moins une des deux boulangeries est ouverte* »

L'événement D est l'événement $A \cup B$. D'après le texte, il s'agit d'un événement certain.
$P(D) = 1$

2) E : « *aucune boulangerie n'est ouverte* »

L'événement E est le contraire de l'événement D. Il s'agit de l'événement $\overline{A \cup B}$. On sait que $P(\overline{D}) + P(D) = 1$ donc $P(E) + P(D) = 1$ d'ou finalement
$P(E) = 0$

3) F : « *les deux boulangeries sont ouvertes* »

L'événement D est l'événement $A \cap B$. On utilise la formule $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ que l'on va transformer :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$P(A \cup B) - \boldsymbol{P(A \cup B)} = P(A) + P(B) - P(A \cap B) - \boldsymbol{P(A \cup B)}$$
$$0 + \boldsymbol{P(A \cap B)} = P(A) + P(B) - P(A \cap B) + \boldsymbol{P(A \cap B)} - \boldsymbol{P(A \cup B)}$$
$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$
$$P(A \cap B) = 0,6 + 0,8 - 1$$
$$P(A \cap B) = 0,4$$

Exercice 12 - (Formule de la réunion) - 29 p 309 du LS
On donne $\mathrm{P(A)} = 0,4; \mathrm{P(B)} = 0,7$ et $\mathrm{P(A \cap B)} = 0,2$.
Calculer $\mathrm{P(A \cup B)}$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$P(A \cup B) = 0,4 + 0,7 - 0,2$$
$$P(A \cup B) = 0,9$$

Exercice 13 - (Formule de la réunion) - 30 p 309 du LS
On donne $\mathrm{P(R)} = 0,6; \mathrm{P(S)} = 0,8$ et $\mathrm{P(R \cup S)} = 0,9$.
Calculer $\mathrm{P(R \cap S)}$.

$$P(R \cup S) = P(R) + P(S) - P(R \cap S)$$
$$P(R \cap S) = P(R) + P(S) - P(R \cup S)$$
$$P(R \cap S) = 0,6 + 0,8 - 0,9$$
$$P(R \cap S) = 0,5$$

Exercice 14 - (Formule de la réunion) - 31 p 309 du LS
On donne $\mathrm{P(E)} = 0,6; \mathrm{P(E \cap F)} = 0,5$ et $\mathrm{P(E \cup F)} = 0,7$.
Calculer $\mathrm{P(F)}$.

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$$
$$P(E \cup F) - \boldsymbol{P(E)} + \boldsymbol{P(A \cap B)} = P(E) - \boldsymbol{P(E)} + P(F) - P(E \cap F) + \boldsymbol{P(E \cap F)}$$
$$P(E \cup F) - P(E) + P(E \cap F) = P(F)$$
$$P(F) = P(E \cup F) - P(E) + P(E \cap F)$$
$$P(F) = 0,7 - 0,6 + 0,5$$
$$P(F) = 0,6$$

Exercice 15 - (Formule de la réunion) - 35 p 310 du LS
On tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes. On note :

- A l'événement : « *la carte tirée est un coeur* » ;
- B l'événement : « *la carte tirée est un roi* » ;
- C l'événement : « *la carte tirée est noire* ».

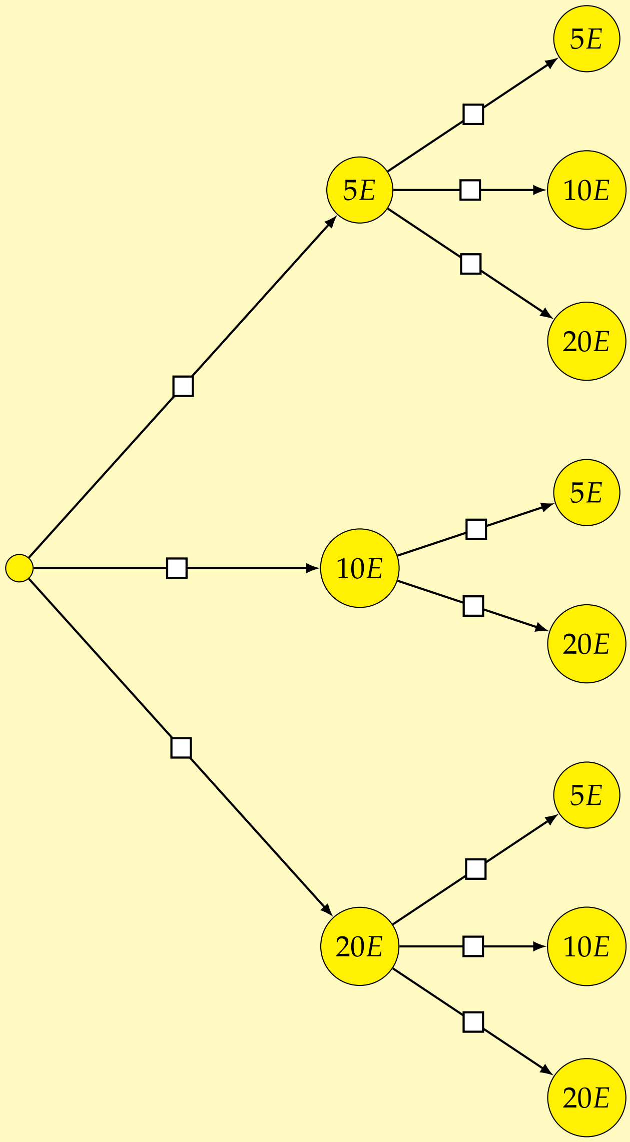
Calculer $\mathrm{P(A \cap B)}, \mathrm{P(A \cup B)}, \mathrm{P(A \cap C)}$ et $\mathrm{P(A \cup C)}$.

- $A \cap B$ correspond à l'événement « *la carte tirée est le roi de coeur* ».
  $P(A \cap B) = \dfrac{1}{52}$
- $A \cup B$ correspond à l'événement « *la carte tirée est soit un roi, soit un coeur* ».
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{13}{52} + \dfrac{4}{52} - \dfrac{1}{52} = \dfrac{16}{52} = \frac{4}{13}$
- $A \cap C$ correspond à l'événement « *la carte tirée est un coeur de couleur noir* ».
  $P(A \cap C) = 0$ (les événements sont incompatibles)
- $A \cup C$ correspond à l'événement « *la carte tirée est soit un coeur soit une carte noire* ».
  $P(A \cup C) = P(A) + P(C) = \dfrac{13}{52} + \dfrac{26}{52} = \dfrac{39}{52} = \dfrac{3}{4}$

Exercice 16 - (Évènements incompatibles) - 74 p 316 du LS

Dans un sac opaque, on met deux billets de 5 €, un billet de 10 € et deux billets de 20 €. Tous les billets sont indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux billets dans le sac.

1) Traduire la situation par un arbre de probabilité.



On considère les événements :

- A : « *on tire deux billets identiques* » ;
- B : « *on tire au moins un billet de* 20 € ».

2) Déterminer $P(A)$ et $P(B)$.

Il y a 2 branches (la 1ère et la dernière) sur les 8 qui permettent de tirer 2 billets identiques donc :
$P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
Il y a 5 branches sur les 8 qui permettent de tirer au moins 1 billet de 20 € donc :
$P(B) = \frac{5}{8}$

3) Définir par une phrase l'événement $\overline{\mathrm{B}}$ et donner sa probabilité.

$\overline{\mathrm{B}}$ est l'événement « *ne pas tirer 1 seul billet de 20 €* » et sa probabilité est :
$P(\overline{\mathrm{B}}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

4) Définir par une phrase l'événement $\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}$ et donner sa probabilité.

$\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}$ est l'événement « *ne pas tirer 1 seul billet de 20 € et tirer 2 billets identiques* » soit l'événement « *tirer 2 billets de 5 €* » et sa probabilité est :
$P(\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}) = \frac{1}{8}$

III. Calculer une probabilité à l'aide d'un tableau

Exercice 17 - (A l'aide d'un tableau) - 10 p 250 Math'X

Dans la population E d'une classe de seconde, on considère l'ensemble R des élèves prenant leur repas au lycée et l'ensemble L des élèves habitant « *loin* » (à plus de 2 km du lycée).
On note $\overline{\mathrm{R}}$ (respectivement $\overline{\mathrm{L}}$) l'ensemble des élèves de cette classe n'appartenant pas à R (respectivement L). A partir du tableau des effectifs suivant, calculer la probabilité (sous forme décimale) :

	L	$\overline{\mathrm{L}}$	TOTAL
R	12	8	20
$\overline{\mathrm{R}}$	3	7	10
Total	15	15	30

1) qu'un élève pris au hasard dans E habite loin ;

Il y a 15 élèves qui habitent loin sur les 30 élèves de la classe donc :
$p = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0,5$

2) qu'un élève pris au hasard dans L déjeune au lycée ;

Il y a 12 élèves qui déjeunent au lycée parmi les 15 élèves qui habitent loin donc :
$p = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0,8$

3) qu'un élève pris au hasard dans R habite loin ;

Il y a 12 élèves qui habitent loin parmi les 20 élèves qui déjeunent au lycée donc :
$p = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6$

4) qu'un élève pris au hasard dans E habite loin et déjeune au lycée.

Il y a 12 élèves qui habitent loin et qui déjeunent au lycée parmi les 30 élèves de la classe donc :
$p = \dfrac{12}{30} = \dfrac{2}{5} = 0,4$

Exercice 18 - (A l'aide d'un tableau) - 68 p 315 du LS

Dans une école de musique, les élèves peuvent apprendre le piano, la guitare ou un autre instrument. Ils ont aussi la possibilité de participer à un orchestre. La répartition dans les différents ateliers est donnée dans le tableau ci-dessous :

	Piano	Guitare	Autre instrument	total
Orchestre	20		70	
Pas orchestre		190		350
Total	150			450

1) Compléter le tableau.

	Piano	Guitare	Autre instrument	total
Orchestre	20	10	70	100
Pas orchestre	130	190	30	350
Total	150	200	100	450

2) On choisit au hasard un élève de cette école de musique.

a) Quelle est la probabilité que cet élève apprenne la guitare ?

Il y a 200 élèves qui font de la guitare sur 450 élèves au total donc :
$p = \dfrac{200}{450} = \dfrac{4}{9}$

b) Quelle est la probabilité que cet élève ne fasse pas partie de l'orchestre ?

Il y a 350 élèves qui ne font pas partie de l'orchestre sur 450 élèves au total donc :
$p = \dfrac{350}{450} = \dfrac{7}{9}$

c) Quelle est la probabilité que cet élève joue du piano dans l'orchestre ?

Il y a 20 élèves qui jouent du piano dans l'orchestre sur 450 élèves au total donc :
$p = \dfrac{20}{450} = \dfrac{2}{45}$

Exercice 19 - (A l'aide d'un tableau)

Dans une classe de 35 élèves, le club théâtre compte 10 élèves et la chorale 12 élèves. 18 élèves ne participent à aucune de ces activités. On note T l'événement « *l'élève participe au club théâtre* » et C l'événement « *l'élève participe au club chorale* ».

1) Compléter le tableau ci-dessous :

	T	$\overline{\text{T}}$	Total
C			
$\overline{\text{C}}$			
Total			

	T	$\overline{\text{T}}$	Total
C	5	7	12
$\overline{\text{C}}$	5	18	23
Total	10	25	35

2) On choisit un élève au hasard.

a) Quelle est la probabilité que cet élève appartiennent aux deux clubs ?

$p = \dfrac{5}{35} = \dfrac{1}{7}$

b) Quelle est la probabilité que cet élève participe à une au moins de ces activités ?

Il y a 18 élèves qui ne participent à aucune de ces activités donc il y a $35 - 18 = 17$ élèves qui participent à au moins 1 activité.
$p = \dfrac{17}{35}$

c) On sait que l'élève choisi participe au club théâtre. Quelle est la probabilité qu'il participe au club chorale ?

Il y a 5 élèves qui participent à la chorale parmi les 10 élèves qui participent au club théâtre donc :
$p = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$