Chapitre 3

Généralités sur les fonctions

I. Intervalles de $\mathbb{R}$

1) Définition d'un intervalle

Définition

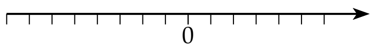
Soient a et b deux nombres réels avec $a < b$:

L'ensemble des réels x tels que $a \leqslant x \leqslant b$ est l'**intervalle** ... .

Il contient tous les nombres ...

On peut le représenter sur la droite réelle.

Exemple : l'intervalle $[\ -3\ ;\ 5\ ]$ contient tous les nombres compris entre -3 (inclus) et 5 (inclus).



Donc 1 ... $[-3;5]$ -1 ... $[-3;5]$ 12 ... $[-3;5]$ -5 ... $[-3;5]$ 5 ... $[-3;5]$

Remarque On utilise les symboles $\in$ "appartient" et $\notin$ "n'appartient pas".

2) Différents types d'intervalles

Définition

Soient a et b deux nombres réels avec $a < b$:

L'ensemble des réels x tels que :

$a \leqslant x \leqslant b$	est l'intervalle	...
$a < x < b$	est l'intervalle	...
$a \leqslant x < b$	est l'intervalle	...
$a < x \leqslant b$	est l'intervalle	...
$a \leqslant x$	est l'intervalle	...
$a < x$	est l'intervalle	...
$x \leqslant b$	est l'intervalle	...

$x < b$ est l'intervalle ...

Remarques

- $+\infty$ se lit *"plus l'infini"* et $-\infty$ se lit *"moins l'infini"* ,
- l'intervalle $[\,a\,;\,b[$ est **fermé** en a (crochet ...) : $a \in [\,a\,;\,b[$, et est **ouvert** en b (crochet ...) : $b \notin [\,a\,;\,b[$,
- On écrit toujours $]-\infty$ et $+\infty[$ (intervalles ouverts).

Exemple :

Inégalité	Signification	Notation	Représentation
$2 \leq x \leq 5$	x est compris entre ... (inclus) et ... (inclus)	$x \in [2\,;\,5]$	
$-3 < x \leq 2$	x est compris entre ... (exclu) et ... (inclus)	$x \in]-3\,;\,2]$	
$-5 \leq x < -1$	x est compris entre ...(...) et ...(...)	$x \in$ ... ; ...	
$-2 < x < 8$	x est compris entre ...(...) et ...(...)	$x \in$ ... ; ...	
$8 \leq x$	x est supérieur ... à ...	$x \in [8\,;\,+\infty\,[$	
$x > 0$	x est ... à ...	$x \in$ ... ; ...	
$x \leq -5$	x est ... à ...	$x \in$ ... ; ...	
$7 > x$	x est ... à ...	$x \in$ ... ; ...	

Remarque Dans l'intervalle $[\,a\,;\,b\,]$, le nombre $b - a$ s'appelle l'**amplitude** de l'intervalle.

Exercice

Exercices : 1 à 6 de la fiche

II. Représentation graphique d'une fonction

1) Construction d'une courbe

Méthode - Tracer une courbe dans un repère

Enoncé :
Soit la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$.
On donne un tableau de valeurs de la fonction f :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$f(x)$	4	5,25	6	6,25	6	5,25	4	2,25

Tracer, dans un repère, la courbe représentative de la fonction f.

Remarque Les images $f(x)$ se lisent sur l'axe des ordonnées (y) donc la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$ peut se noter $y = 5x - x^2$.
De façon générale, l'équation d'une courbe se note $y = f(x)$.

Méthode - Vérifier si un point appartient à la courbe d'une fonction

Enoncé :
Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 3$
Vérifier que le point de coordonnées $(-2; 7)$ appartient à la courbe de f.

2) Lecture graphique d'une image et d'un antécédent

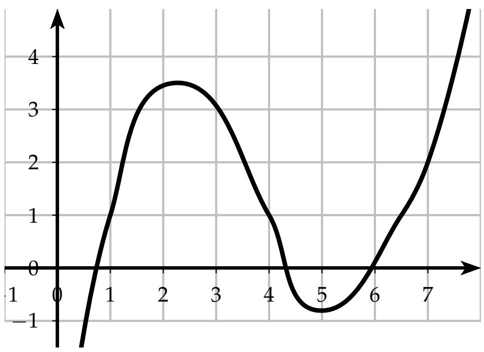
Méthode - Lire graphiquement une image et un antécédent

Enoncé :

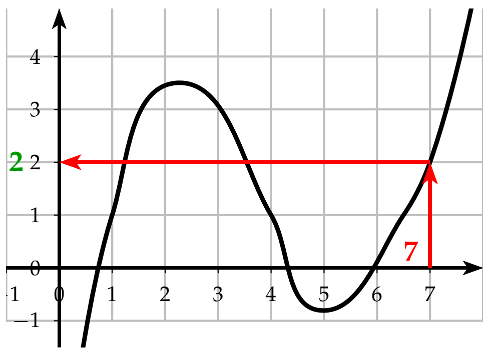
On considère la fonction f représentée ci-contre.
Déterminer graphiquement :

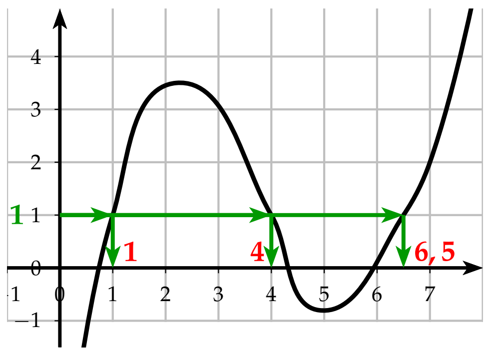
1) L'image de 7 par la fonction f.

2) Trois antécédents de 1 par la fonction f.



réponse :

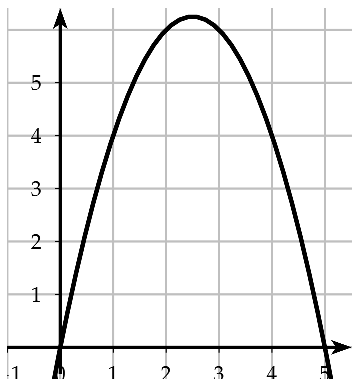




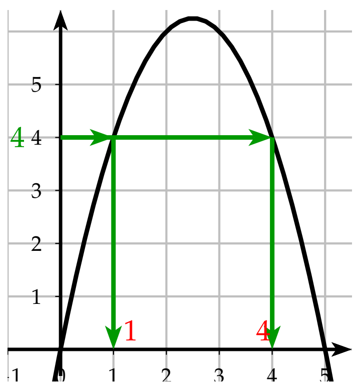
III. Résolution graphique d'équations et d'inéquations

Méthode - Résoudre graphiquement une équation

Enoncé :
On a représenté la courbe de la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$.
Résoudre graphiquement l'équation $5x - x^2 = 4$.



réponse :

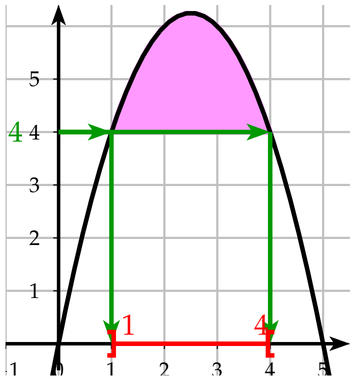


Remarques

- Par lecture graphique, les solutions obtenues sont approchées.
- L'équation $f(x) = 7$, par exemple, ne semble pas avoir de solution car la courbe représentée ne possède pas de point d'ordonnée 7.
- Graphiquement, on ne peut pas être certain que les solutions qui apparaissent sont les seules. Il pourrait y en avoir d'autres au-delà des limites de la représentation graphique tracée.

Méthode - Résoudre graphiquement une inéquation

Enoncé :
Dans la méthode précédente, on a représenté la courbe de la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$.
Résoudre graphiquement l'inéquation $5x - x^2 > 4$.
réponse :



Méthode - Résoudre une équation ou une inéquation du type : $f(x) = g(x), f(x) < g(x)$

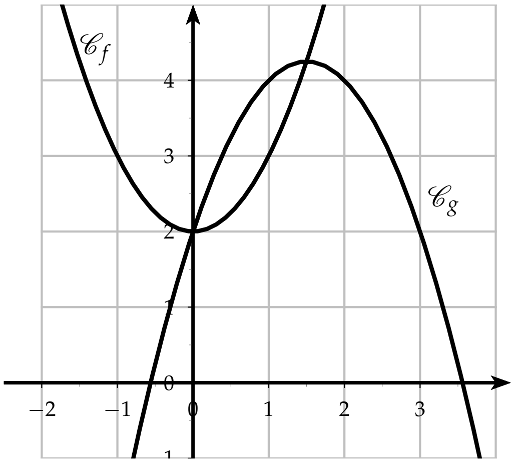
Enoncé :

On a représenté les courbes des fonctions f et g définies par :

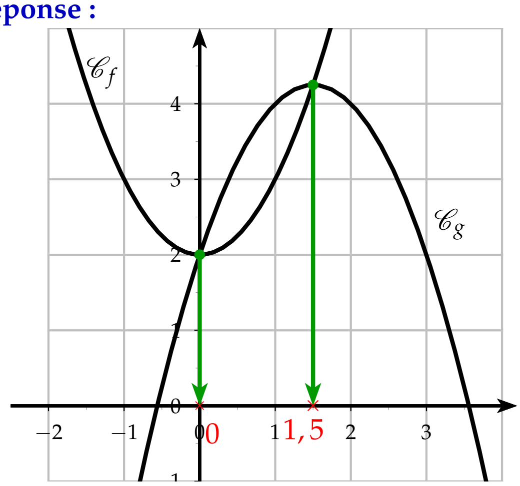
$$f(x) = x^2 + 2 \text{ et } g(x) = -x^2 + 3x + 2$$

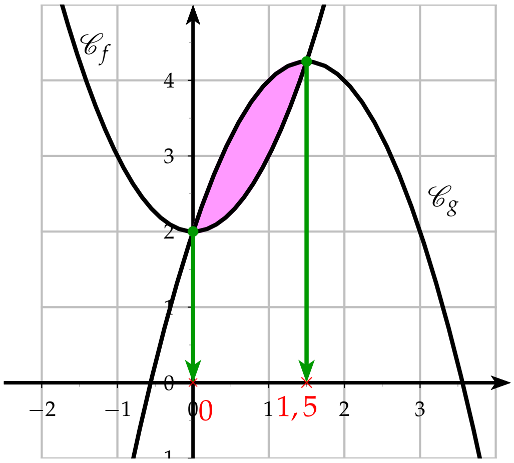
1) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

2) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.



réponse :





Exercice

Exercices : 7 à 19 de la fiche