Exercices obligatoires
Équations du 2nd degré

Equations du second degré

Exercice 1
Pour chaque fonction trinôme f, dire si la valeur a proposée est une racine de f.

1) $f(x) = x^2 - x + 1$ et $a = 1$
2) $f(x) = 3x^2 + x - 2$ et $a = -1$
3) $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$ et $a = 2$
4) $f(x) = -2x^2 + x + 1$ et $a = 3$

Exercice 2
Calculer le discriminant de chaque trinôme et donner le nombre de racines du trinôme.

1) $f(x) = x^2 + x - 1$
2) $g(x) = 2x^2 - x + 3$
3) $h(x) = -5x^2 + 4x + 3$
4) $j(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 7$

Exercice 3 - Equations Resoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1) $x^2 + 2x - 3 = 0$
2) $x^2 - 2x - 8 = 0$
3) $2x^2 + 5x - 3 = 0$
4) $x^2 - 2x + 1 = 0$
5) $2x^2 - 4x + 8 = 0$
6) $9x^2 + 24x + 16 = 0$
7) $-5x^2 + 9x + 2 = 0$
8) $4x^2 - 8x + 3 = 0$
9) $3x^2 + 4x + 5 = 0$
10) $-3x^2 + 11x + 4 = 0$
11) $2x^2 - 2x - 3 = 0$
12) $x^2 - 2x - 2 = 0$
13) $2x^2 + 4x + 2 = 0$
14) $-3x^2 + 4x + 2 = 0$
15) $3x^2 + 12x - 15 = 0$
16) $7x^2 - x - 2 = 0$

Exercice 4 - Equations Resoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1) $x^2 - 3 = 0$
2) $x - 3x^2 = 0$
3) $2x^2 + 5 = 0$
4) $4x^2 + 8x - 12 = 0$
5) $x^2 = 3x + 1$
6) $9(x+1)^2 - (2x+3)^2 = 0$
7) $5x(2-3x) = 4 - 9x^2$
8) $12x^2 + 12x + 3 = 0$

Somme et produit de racines

Exercice 5 - Somme et produits de racines Les trinômes suivants admettent tous des racines réelles. Donner dans chaque cas la somme et le produit de ces racines.

1) $f(x) = x^2 - x - 2$
2) $f(x) = x^2 + 3x + 1$
3) $f(x) = -x^2 + 5x + 2$
4) $f(x) = 2x^2 + 7x - 1$
5) $f(x) = -3x^2 + 11x + 7$
6) $f(x) = 9x^2 + x - 1$

7) $f(x) = -x^2 - \sqrt{2}x + 3$

8) $f(x) = \sqrt{3}x^2 + 2x - 1$

9) $f(x) = -\sqrt{3}x^2 - 3\sqrt{5}x + 1$

10) $f(x) = 5x^2 + \pi x - 3$

Exercice 6 - racine évidente

Pour chaque équation, déterminer une solution évidente et en déduire l'autre sans calculer le discriminant.

1) $2x^2 + x - 3 = 0$

2) $3x^2 + 10x + 7 = 0$

3) $x^2 + (\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$

4) $x^2 + 4\sqrt{5}x - 25 = 0$

Exercice 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations du second degré suivantes, sans utiliser le discriminant :

1) $(x+3)(7x-2) = 0$

2) $8x^2 - 2 = 0$

3) $t^2 + 100 = 0$

4) $4x^2 - 5x = 0$

5) $4z^2 + 4z + 1 = 0$

6) $(6m - 4)^2 = (7 - m)^2$

Factorisation

Exercice 8

Factoriser, si possible, les trinômes suivants.

1) $f(x) = x^2 - 6x - 7$

2) $f(x) = -x^2 + 2x + 8$

3) $f(x) = -3x^2 + 5x + 2$

4) $f(x) = 3x^2 + x + 4$

5) $f(x) = -4x^2 + 28x - 49$

6) $f(x) = x^2 - x - 1$

Signe d'un trinôme et inéquations

Exercice 9

Dans chaque cas, déterminer le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

1) $f(x) = (x-1)(x+1)$

2) $f(x) = -3x^2 + x$

3) $f(x) = -4(x+6)(x-7)$

4) $f(x) = -3x^2 + 8x + 11$

5) $f(x) = 9x^2 - 8x + 2$

6) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

7) $f(x) = 4x^2 - 4x - 1$

8) $f(x) = -3x^2 + 5x + 2$

Exercice 10

Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1) $x^2 - 3x + 1 < 0$

2) $2x^2 + 5x - 7 \geqslant 0$

3) $9x^2 + 12x + 4 > 0$

4) $3x^2 - x + 1 \leqslant 0$

5) $-x^2 + 5x - 7 < 0$

6) $-4x^2 + 20x - 25 \geqslant 0$

7) $x^2 + 1 < 0$

8) $-5x^2 > (-3x+1)(x+2)$

9) $-x^2 - 5x \leqslant 0$

10) $(x-1)\left(x^2+3\right) > (x+1)(5x-3)$

11) $4(x-3)^2 \geqslant (7+4x)^2$

Exercice 11

Résoudre les inéquations suivantes après avoir donné l'ensemble de résolution.

1) $x^3 - 4x^2 + x \geqslant 0$

2) $\dfrac{3x^2 + x - 2}{x - 2} < 0$

3) $\dfrac{-2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 4x - 5} < 0$

4) $\dfrac{x^2 + x + 1}{2x^2 - 5x + 7} < 0$

5) $\dfrac{-x + 4}{3x - 5} \geqslant \dfrac{2x - 1}{4x + 5}$

6) $1 + \dfrac{2}{3x + 1} < \dfrac{1}{x - 5}$

Problème

Exercice 12 - En Physique Lors d'un freinage d'urgence, la distance que parcourt le véhicule avant l'arrêt total se décompose en deux parties : la distance parcourue pendant le temps de réaction du conducteur et la distance de freinage parcourue au cours du freinage du véhicule.

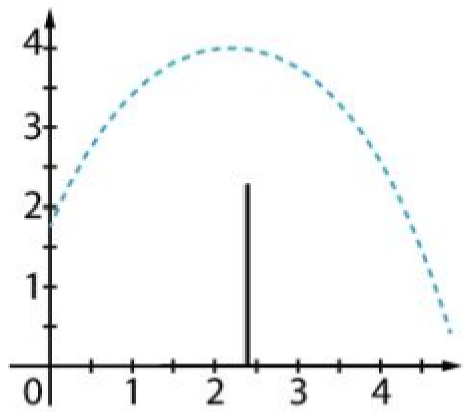
1) Le temps de réaction du conducteur, c'est-à-dire le temps nécessaire pour prendre conscience de la situation et appuyer sur le frein, est d'environ une seconde. Si on appelle v la vitesse du véhicule en $\mathrm{km} \cdot \mathrm{h}^{-1}$, montrer que la distance d_r, en mètre, parcourue pendant ce temps de réaction vérifie : $d_r = \dfrac{v}{3,6}$.

2) Pour la distance de freinage d_f, exprimée en mètre, on donne la formule suivante $d_f = \dfrac{v^2}{200}$. La distance d'arrêt est donc égale à $d_a = d_r + d_f$. Une voiture roule à $110\ \mathrm{km} \cdot \mathrm{h}^{-1}$. Quelle est sa distance d'arrêt (on arrondira au centième près) ?

3) Quelles sont les vitesses qui permettent de s'arrêter en moins de 15 m ?

Exercice 13

Lors d'un entrainement de volley-ball, Thibault prend des photos en rafales pour analyser la passe de Sophia audessus du filet. II modélise la hauteur (en mètre) du ballon par la fonction $h : t \mapsto -0,49t^2 + 2,1t + 1,75$, où t est le temps (en seconde).



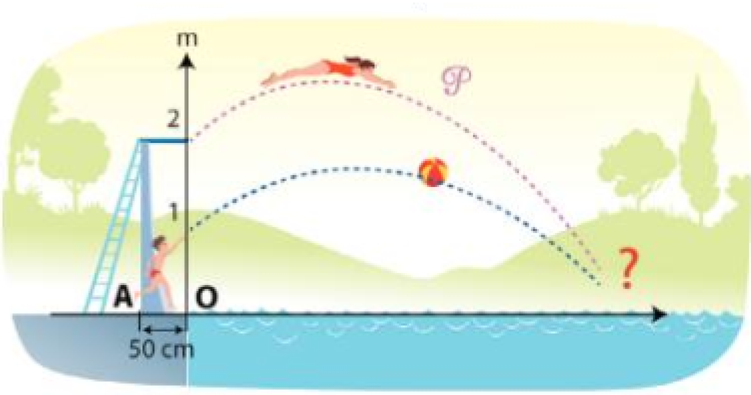
1) Déterminer l'écriture canonique de la fonction h.

2) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon lors de la passe représentée ?

3) Au bout de combien de temps le ballon touche-t-il le sol ?

4) La hauteur du filet est $2,24$ m. Pendant combien de temps le ballon est-il situé au-dessus du filet ? On arrondira au dixième de seconde.

Exercice 14
Emma est à la piscine. Elle plonge de 2 m de haut. La trajectoire de son plongeon (hauteur en m en fonction de la distance horizontale parcourue en m) est représentée, dans un repère orthonormé, par un arc de parabole P admettant pour sommet le point S de coordonnées $(1; 2,4)$. On arrondira les distances au cm près.

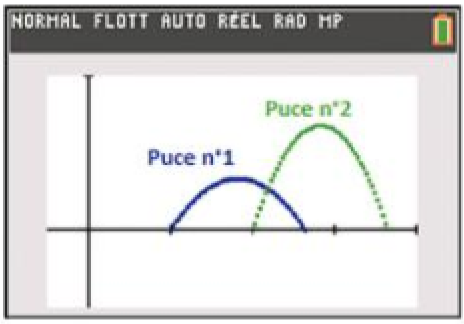


1) Déterminer une équation de P.

2) À quelle distance du pied du plongeoir A Emma va-t-elle toucher l'eau ?

3) Son frère Damien lui propose un jeu : lors du plongeon d'Emma, Damien lui lance une balle et elle essaie de l'attraper. Si la balle a une trajectoire parabolique d'équation $y = -0,25x^2 + 0,6x + 1$ et en admettant qu'Emma réalise le même plongeon que celui représenté, a-t-elle une chance d'attraper la balle ? Si oui, à quelle hauteur (par rapport au niveau de l'eau) ?

Exercice 15
Deux puces font chacune un saut. Le saut de la puce n°1 est modélisé par l'arc de parabole d'équation $y = -0,5x^2 + 1,82x - 1,32$.
Le saut de la puce n°2 est modélisé par l'arc de parabole d'équation $y = -x^2 + 5,65x - 7,63$.



1) Est-il vrai que la hauteur maximale du saut de la puce $n°2$ est supérieure au double de celle du saut de la puce $n°1$?

2) Laquelle des deux puces a effectué le saut le plus long ?