

Chapitre 5

Expressions algébriques

I. Développer et factoriser

1) Développer

🗨️ Définition

Développer une expression consiste à transformer un **produit** en une **somme** (ou une différence).

⚙️ Propriété

Pour tous nombres réels k, a, b, c et d on a :

.....

Méthode

Quand une parenthèse est précédée d'un signe moins, on développe en multipliant par -1, c'est à dire que l'on change tous les signes à l'intérieur de la parenthèse. Sinon on ne change rien.

🔗 Exemple :

Simplifier :

$$A = (-6x - 4) - (5x - 4)$$

.....

Développer :

$$B = (4x - 5)(7 - 3x)$$

.....

2) Factoriser

🗨️ Définition

Factoriser, c'est transformer une **somme** (ou une différence) en un **produit**.

🔗 Exemple : $3x + 3y = 3 \times (x + y) = 3(x + y)$

👉 Remarque : Devant une parenthèse, on fait souvent disparaître le signe \times

Méthode - Factoriser

$$A = (2x + 3)(4x + 1) - (2x + 3)(x + 2)$$

$$A = (2x + 3)[\dots\dots]$$

$$A = (2x + 3)[(4x + 1)\dots\dots\dots]$$

$$A = (2x + 3)[(4x + 1) - \dots\dots]$$

$$A = (2x + 3)[(4x + 1) - (x + 2)]$$

- 1) Repérer le facteur commun
Le facteur commun est $(2x + 3)$
- 2) L'écrire devant et ouvrir un crochet
- 3) Se poser la question "Dans le premier terme par quoi est multiplié $(2x + 3)$ ".
L'écrire dans le crochet.
- 4) Recopier le signe "-" ou "+" qui séparerait les deux termes.
- 5) Se poser la question "Dans le second terme par quoi est multiplié $(2x + 3)$ ".
L'écrire dans le crochet et fermer le crochet.

Exemple : Factoriser $B = (x - 1)(3x + 4) - (x - 1)(x + 3)$
 $B = (x - 1)(3x + 4) - (x - 1)(x + 3)$
 $B = (x - 1)[(3x + 4) - (x + 3)]$
 $B = (x - 1)[3x + 4 - x - 3]$
 $B = (x - 1)(2x + 1)$

3) Identités remarquable

Propriété

Identités remarquables : Pour tous nombres réels a et b on a :

Exemple : Factoriser les expressions P et Q ci-dessous.

$$P = (x - 3)^2 - 49$$

$$Q = (x + 1)^2 - (3 - x)^2$$

II. Résolution d'équations

1) Équations du premier degré

a) propriété de la balance

⚙️ Propriétés

On ne change pas une égalité en faisant une addition, soustraction, multiplication ou division par un même nombre. Autrement dit; pour trois nombres relatifs a , b et c (avec $c \neq 0$ pour la division), si $a = b$, alors :

1) 2) 3) 4)

b) Méthode de résolution

Il faut procéder par étapes. On va résoudre l'équation $2(7 - 2x) = x + 5$

$2(7 - 2x) = x + 5$ $14 - 4x = x + 5$	Etape 1 : on enlève les parenthèses(en développant).
$14 - 4x + 4x = x + 5 + 4x$ $14 = 5x + 5$ $14 - 5 = 5x + 5 - 5$ $9 = 5x$	Etape 2 : on regroupe toutes les inconnues d'un côté du "=" et tous les nombres de l'autre côté du "=" en utilisant les propriétés de la balance 1 et 2.
$5x = 9$ $\frac{5x}{5} = \frac{9}{5}$ $x = \frac{9}{5}$	A ce stade, il ne doit rester qu'une \times ou une \div ! Etape 3 : si nécessaire, on utilise la propriété de la balance 3 ou 4 pour arriver à quelque chose de la forme " $x = \dots$ "
$\frac{5x}{5} = \frac{9}{5}$ $x = \frac{9}{5}$	Etape 4 : On teste l'égalité de départ pour la solution trouvée (ici, $x = \frac{9}{5}$) : si on trouve le même résultat, c'est que la solution est correcte!
Cette équation admet une solution : $\frac{9}{5}$	Etape 5 : on écrit la conclusion.

2) Équation à produit nul

⚙️ Propriété

.....

☰ Méthode - Se ramener à une équation produit nul

- On écrit tous les termes à gauche de l'équation
- On FACTORISE → soit grâce à un facteur commun
→ soit grâce à une identité remarquable
- On applique le produit nul.

🔗 **Exemple :** Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

$$(7 + x)(5x - 3) - 2x(7 + x) = 0$$

$$(2x - 1)^2 - 25 = 0$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) Équation à quotient nul

⚙️ Propriété

.....

.....

☰ Méthode - Résoudre une équation quotient nul

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\frac{7+x}{2x+6} - 2 = 0$

1) On détermine la valeur interdite :

L'expression $\frac{7+x}{2x+6} - 2$ **n'est pas définie** si $2x + 6 = 0$ soit $2x = -6$ donc $x = -3$

La valeur interdite est -3 . Il faut donc que $x \neq -3$

2) On transforme l'expression pour avoir une seule fraction en mettant au même dénominateur :

$$\frac{7+x}{2x+6} - 2 = 0 \iff \frac{7+x-2(2x+6)}{2x+6} = 0 \iff \frac{-3x-5}{2x+6} = 0$$

3) On résout « numérateur = 0 »

$$-3x - 5 = 0 \iff -3x = 5 \iff x = -\frac{5}{3}$$

4) On conclut en vérifiant bien que les solutions ne soient pas des valeurs interdites

$$S = \left\{ -\frac{5}{3} \right\}$$