# Entrainement DS commun - Correction

**1h50 min - Calculatrice autorisée**

## Exercice 1

Une enquête portant sur 5000 clients d'une société spécialisée en informatique a montré que 80% des clients avaient bénéficié des conseils d'un vendeur. De plus, 70% des clients qui ont bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat, alors que 20% seulement des clients qui n'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat.

**1)** **a)** Combien de clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur ?

$$\frac{80}{100} \times 5\,000 = 4\,000$$

**b)** Montrer que 2800 clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur et ont effectué un achat.

Il y a 70% des 4 000 clients ayant bénéficié des conseils d'un vendeur qui ont effectué un achat.

$$\frac{70}{100} \times 4\,000 = 2\,800$$

**c)** Compléter le tableau suivant :

| | Ont effectué un achat | N'ont pas effectué d'achat | Total |
|---|---|---|---|
| Ont bénéficié des conseils d'un vendeur | 2800 | 1200 | 4000 |
| N'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur | 200 | 800 | 1000 |
| Total | 3000 | 2000 | 5000 |

**2)** On interroge au hasard un des clients sur lesquels a porté l'enquête et on admet qu'il y a équiprobabilité des choix. On considère les événements suivants :

- A : « *le client a bénéficié des conseils d'un vendeur* » ;
- B : « *le client a effectué un achat* ».

**a)** Déterminer la probabilité de l'événement $A$, puis celle de l'événement B.

$$P(A) = \frac{4000}{5000} = 0,8 = 80\%$$
$$P(B) = \frac{3000}{5000} = 0,6 = 60\%$$

**b)** Décrire par des phrases les événements $A \cap B$ et $A \cup B$.

$A \cap B$ est la probablité d'interroger un client qui a bénéficié d'un conseil et effectué un achat.

$A \cup B$ est la probablité d'interroger un client qui a soit bénéficié d'un conseil soit effectué un achat.

**c)** Calculer les probabilités $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$.

$p(A \cap B) = \dfrac{2800}{5000} = \dfrac{14}{25} = 56\%$
$p(A \cup B) = P(A) + P(B) - p(A \cap B) = 0,8 + 0,6 - 0,56 = 0,84$

**3)** On interroge au hasard un des clients qui a effectué un achat et on admet qu'il y a équiprobabilité des choix.
Quelle est la probabilité qu'il ait bénéficié des conseils d'un vendeur ?

On regarde uniquement la 1ere colonne du tableau (uniquement les clients qui ont effectué un achat) $P = \dfrac{2800}{3000} = \dfrac{14}{15}$

## Exercice 2

Soit $f(x) = x^2 - 6x - 16$

**1)** Montrer que, pour tout $x$ réel, $f(x) = (x-3)^2 - 25$

On développe l'expression (à l'aide d'IR) et on vérifie que cela corresponde à la forme initiale.
$(x-3)^2 - 25 = x^2 - 6x + 9 - 25 = x^2 - 6x - 16 = f(x)$.
En développant $(x-3)^2 - 25$, on retrouve bien $x^2 - 6x - 16$ soit l'expression de $f(x)$

**2)** **a)** En déduire la forme factorisée de $f(x)$

$f(x) = x^2 - 6x - 16 = (x-3)^2 - 25 = (x-3)^2 - 5^2 = (x-3-5)(x-3+5) = (x-8)(x+2)$

**b)** En déduire les solutions de $f(x) = 0$

$f(x) = 0 \iff (x-8)(x+2) = 0$
EPN : Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$

| | | |
|---|---|---|
| $x - 8 = 0$ | ou | $x + 2 = 0$ |
| $x = 8$ | ou | $x = -2$ |

$S = \{-2 ; 8\}$

**3)** Déterminer les antécédents de -16 par la fonction $f$

Déterminer les antécédents de -16 par la fonction $f$ revient à résoudre l'équation $f(x) = -16$.

$$\begin{aligned} f(x) = -16 &\iff x^2 - 6x - 16 = -16 \\ &\iff x^2 - 6x = 0 \\ &\iff x(x-6) = 0 \end{aligned}$$

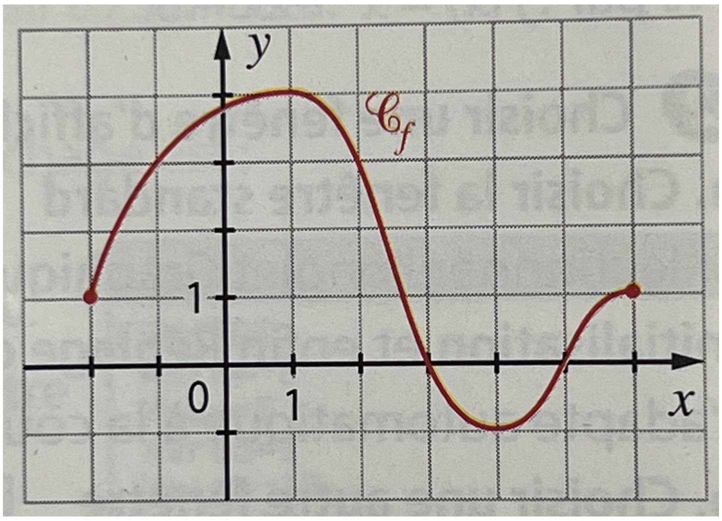
EPN : Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$

| | | |
|---|---|---|
| $x = 0$ | ou | $x - 6 = 0$ |
| $x = 0$ | ou | $x = 6$ |

$S = \{0\ ;\ 6\}$
Les antécédents de $-16$ sont 0 et 6

## Exercice 3

On considère la courbe représentative de la fonction $f$ donnée ci-dessous :




**1)** Déterminer le domaine de définition de la fonction $f$. Justifier.

La courbe est tracé entre le point de coordonnée $(-2;1)$ et le point de coordonnée $(6;1)$ donc $D_f = [-2;6]$

**2)** Compléter directement sur cette feuille sans justifier $f(1) = \boxed{4}$.

**3)** Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 3$
Bien détailler la méthode utilisée.

On trace la droite horizontale d'équation y=3 (ou qui passe par le point de coordonnée $(0;3)$ ).
On cherche les points d'intersections de la courbe avec la droite.
Les solutions de l'équation sont les abscisses de ces points.
$S = -1;2$

**4)** Déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$

On trace la droite horizontale d'équation y=0 (ou qui passe par le point de coordonnée $(0;0)$ ).
On cherche les points d'intersections de la courbe avec la droite.
Les solutions de l'équation sont les abscisses des points de la courbe quand la courbe est au-dessus de la droite.
$S = [-2;3[\cup]5;6]$

Bien détailler la méthode utilisée.

## Exercice 4

**1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :

$$10 - 5x \geqslant 0$$

$10 - 5x \geqslant 0$
$-5x \geqslant -10$
$x \leqslant \dfrac{-10}{-5}$
$x \leqslant 2$

**2)** On rappelle qu'on ne peut pas prendre la racine carrée d'un nombre négatif.
On considère l'algorithme ci-dessous écrit en langage Python :

```
from math import*
def f(x):
if x>2:
    return "valeur interdite"
else:
    y=10-5*x
    y=sqrt(y)
    return y
```

On rappelle que la fonction Python sqrt($x$) retourne $\sqrt{x}$

**a)** Qu'affiche le programme lorsque $x = -3$ ? Donner les étapes de calcul.

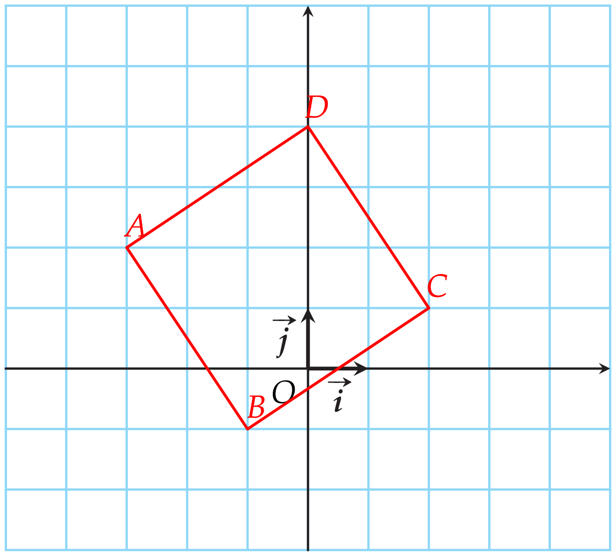
$x$ n'est pas supérieur à 2 on rentre donc dans le « *else* »
$y = 10 - 5 \times (-3)$
$y = 25$
$y = \sqrt{y} = \sqrt{25} = 5$
Le programme affiche 5 comme résultat

**b)** Qu'affiche le programme lorsque $x = 3$ ? Expliquer pourquoi.

$x$ est supérieur à 2 on rentre donc dans le « *if* » et le programme renvoie (et affiche) le texte « *valeur interdite* »

## Exercice 5

On considère un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ La figure ci-dessous sera à compléter au fur et à mesure de l'exercice :




Dans ce repère on considère les points $A(-3;2)$; $B(-1;-1)$; $C(2;1)$ et $D(0;4)$

**1)** Placer ces points sur le graphique ci-dessus.

**2)** Calculer les coordonnées du point $M$ milieu du segment $[AB]$

$x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-3-1}{2} = -2$

$y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{2-1}{2} = \dfrac{1}{2}$

donc $M\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$

**3)** Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-(-3) \\ -1-2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

En regardant graphiquement les coordonnés de $\overrightarrow{AB}$, on retrouve bien les mêmes coordonnées.

**4)** **a)** Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 2-0 \\ 1-4 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

En regardant graphiquement les coordonnés de $\overrightarrow{DC}$, on retrouve bien les mêmes coordonnées.

**b)** Que remarque-t-on ? Que peut-on en déduire ?

On voit que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont les mêmes coordonnées. on a donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc d'après la règle du parallélogramme, ABCD est un parallélogramme.

**5)** **a)** Calculer la distance $AC$.

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2-(-3))^2 + (1-2)^2} = \sqrt{26}$

**b)** Est-ce que ABCD est un rectangle ? Justifier à l'aide d'un calcul.

$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(0-(-1))^2 + (4-(-1))^2} = \sqrt{26}$
Les 2 diagonales font la même mesure, ABCD est donc un rectangle.

**6)** **a)** Calculer la distance $AB$.

$AB = \sqrt{(x_{\overrightarrow{AB}})^2 + (y_{\overrightarrow{AB}})^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$

**b)** Est-ce que ABCD est un losange ? Justifier à l'aide d'un calcul.

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2-(-1))^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{13}$
ABCD est un parallélogramme qui a 2 côtés consécutifs égaux donc ABCD est un losange.

**7)** Quelle est la nature exacte du quadrilatère ABCD.

ABCD est à la fois un rectangle et un losange donc ABCD est un carré.