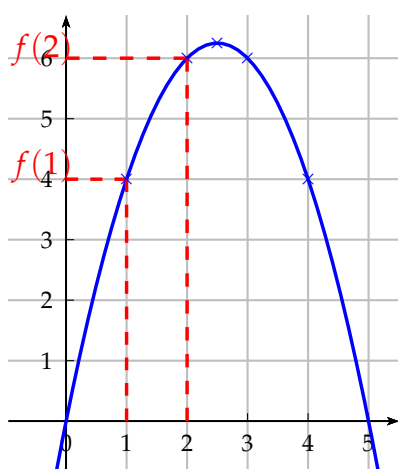


Chapitre 6

Variations d'une fonction

I. Croissance, décroissance, monotonie d'une fonction

Exemple : On a représenté ci-dessous dans un repère la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$.



Pour des valeurs croissantes choisies pour x dans l'intervalle $[0; 2,5]$, les valeurs de f sont également croissantes.

Par exemple : $1 < 2$ et $f(1) < f(2)$.

Pour des valeurs croissantes choisies pour x dans l'intervalle $[2,5; 5]$, les valeurs de f sont décroissantes.

Par exemple : $3 < 4$ et $f(3) > f(4)$.

On dit que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0; 2,5]$ et décroissante sur l'intervalle $[2,5; 5]$.

Remarques

- Intuitivement, on dit qu'une **fonction est croissante** lorsqu'en parcourant la courbe de la gauche vers la droite, on **monte**.
- On dit qu'une **fonction est décroissante** lorsqu'en parcourant la courbe de la gauche vers la droite, on **descend**.

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

Dire que f **est croissante sur I** signifie que pour tous réels a et b de I :
si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$.

Dire que f **est décroissante sur I** signifie que pour tous réels a et b de I :
si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$.

Dire que f **est constante sur I** signifie que pour tous réels a et b de I : $f(a) = f(b)$.

Dire que f **est monotone sur I** signifie que f est soit croissante sur I , soit décroissante sur I .

Remarques

- On dit qu'une fonction croissante conserve l'ordre.
- On dit qu'une fonction décroissante renverse l'ordre.
- Une fonction constante sur I peut être considérée comme croissante et décroissante sur I .

II. maximum, minimum

Exemple : On reprend la fonction f définie dans l'exemple du paragraphe 1. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0;5]$, on a : $f(x) \leq 6,25$. $6,25$ est le maximum de la fonction f .

Définition

Soit f une fonction de l'intervalle I . a et b deux nombres réels de I .

- Dire que f **admet un maximum M en a de I** signifie que pour tout nombre réel x de l'intervalle I , $f(x) \leq M = f(a)$.
- Dire que f **admet un minimum m en b de I** signifie que pour tout nombre réel x de l'intervalle I , $f(x) \geq m = f(b)$.

III. Tableau de variations

Un tableau de variations résume les variations d'une fonction en faisant apparaître les intervalles où elle est monotone.

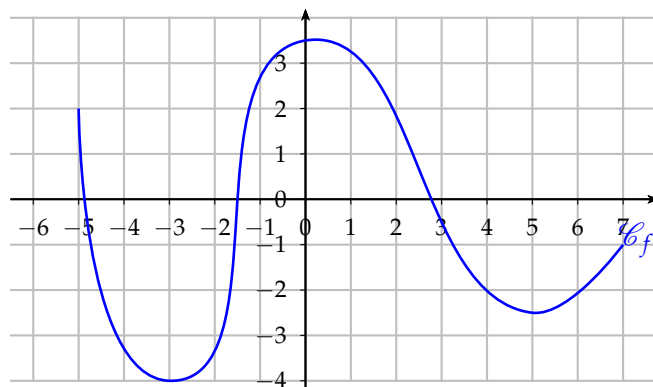
Exemple : On reprend la fonction f définie dans l'exemple du paragraphe 1. La fonction f est croissante sur l'intervalle $[0;2,5]$ et décroissante sur l'intervalle $[2,5;5]$.

$f(0) = 0$
 $f(2,5) = 6,25$
 $f(5) = 0$

x	0	2,5	5
$f(x)$	0	6,5	0

☰ Méthode - Déterminer graphiquement les variations d'une fonction

On considère la représentation graphique de la fonction f :



- 1) Donner son ensemble de définition.
- 2) Donner les variations de la fonction.
- 3) Donner les extremums de la fonction en précisant où ils sont atteints.
- 4) Résumer les résultats précédents dans un tableau de variations.

Solution :

- 1) La fonction f est définie sur $[-5; 7]$.
- 2) La fonction f est croissante sur les intervalles $[-4; 0]$ et $[5; 7]$. Elle est décroissante sur les intervalles $[-5; -4]$ et $[0; 5]$.
- 3) Le maximum de f est 3,5. Il est atteint en $x = 0$.
Le minimum de f est -4 . Il est atteint en $x = -4$.

4)

x	-5	-3	0	5	7
$f(x)$	2		3,5		-1
	↘ -4		↘ -2,5		