

Chapitre 07 - Arithmétique

Exercices obligatoires

Exercice 1

Quel est le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chacun des nombres suivants ?

1) $\frac{1}{2}$

2) $\sqrt{5}$

3) $\frac{10-4}{3}$

4) $-\sqrt{16}$

Exercice 2

Quel est le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chacun des nombres suivants ?

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

2) $\frac{91}{7}$

3) $\sqrt{16} - \sqrt{25}$

4) $\frac{34}{2} - \sqrt{289}$

Exercice 3

Soit $x \in \mathbb{N}$. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est fausse ou toujours vraie. Si elle est fausse, donner un contre-exemple et donner le plus petit ensemble qui la rende toujours vraie.

1) $2x + 1 \in \mathbb{N}$

2) $2x + 1 \in \mathbb{Q}$

3) $3x - 7 \in \mathbb{N}$

4) $\frac{x-6}{2} \in \mathbb{Z}$

5) $\frac{x+1}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$

6) $\sqrt{x} \in \mathbb{Q}$

Exercice 4

Dans chaque cas, trouver, lorsque cela est possible, le nombre x qui remplit les critères suivants.

1) $x \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{N}$

2) $x \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{Z}$

3) $x \in \mathbb{R}$ et $x \notin \mathbb{Q}$

4) $x \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{R}$

Exercice 5

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est toujours vraie. Si elle est fausse, donner un contre-exemple.

1) La différence de deux nombres entiers naturels est un entier naturel.

2) Le quotient de deux nombres décimaux est un nombre décimal.

3) Le quotient de deux nombres réels est un nombre rationnel.

4) Le produit d'un nombre rationnel par un nombre entier relatif est un nombre rationnel.

Exercice 6

Le professeur de mathématiques propose l'affirmation : « *Le produit de deux nombres irrationnels est toujours un nombre rationnel.* »

Josy répond : « *Vrai, par exemple, $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \in \mathbb{Q}$.* »

Marc répond : « *Faux, par exemple, $\sqrt{5} \times \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.* »

Quel élève a raison ?

Exercice 7

Trouver deux nombres irrationnels différents dont le produit est un nombre irrationnel.

Exercice 8

Trouver deux nombres irrationnels différents dont le produit est un nombre entier naturel.

Exercice 9

Indiquer le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chacun des nombres suivants :

1) $\frac{18}{6}$

3) $\frac{18}{12}$

5) $\frac{18}{27}$

2) $\frac{18}{9}$

4) $\frac{18}{24}$

Exercice 10

Parmi les nombres suivants, donner les multiples de 5, les multiples de 17 et les multiples de 6 . Justifier.

1) 10

3) 510

5) 34

7) 72

2) 85

4) 28

6) 60

8) 97

Exercice 11

Dans chaque cas, donner tous les diviseurs de chacun des deux nombres, puis déterminer les diviseurs communs. Parmi ceux-là, déduire le plus grand diviseur commun aux deux nombres.

1) 15 et 35

2) 60 et 40

3) 45 et 64

4) 270 et 180

Exercice 12

Dans chaque cas, chercher le plus grand diviseur commun au numérateur et au dénominateur, puis mettre la fraction sous forme irréductible.

1) $\frac{45}{20}$

2) $\frac{63}{42}$

3) $\frac{121}{56}$

4) $\frac{51}{85}$

Exercice 13

Mettre la fraction sous forme irréductible.

1) $\frac{12}{9}$

3) $\frac{21}{6}$

5) $\frac{20}{12}$

2) $\frac{45}{20}$

4) $\frac{40}{60}$

6) $\frac{48}{28}$

Exercice 14

Mettre la fraction sous forme irréductible.

1) $\frac{25}{50}$

3) $\frac{25}{75}$

5) $\frac{130}{312}$

2) $\frac{25}{100}$

4) $\frac{140}{340}$

6) $\frac{575}{250}$

Exercice 15

Trouver tous les diviseurs premiers des nombres suivants.

1) 21

2) 56

3) 256

4) 301

Exercice 16

- 1) Déterminer la liste de tous les nombres premiers compris entre 1 et 30 .
- 2) Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont pairs ?
- 3) Existe-t-il d'autres nombres premiers pairs ? Justifier.

Exercice 17

Soient a et a' deux nombres impairs. Montrer que $a^2 + (a')^2$ est un nombre pair.

Exercice 18

Déterminer, en justifiant, si chacune des expressions suivantes est vraie ou fausse.

- 1) Tout nombre entier strictement positif a un nombre pair de diviseurs.
- 2) Il y a plus de nombres premiers entre 20 et 30 qu'entre 40 et 50.
- 3) Un diviseur d'un nombre premier est forcément premier.

Exercice 19

Lors d'un tournoi de pétanque, il y a 80 hommes et 60 femmes inscrits. L'organisation veut constituer un maximum d'équipes mixtes contenant toutes le même nombre d'hommes et le même nombre de femmes. Combien d'équipes peuvent être constituées ?