

Chapitre 6

Correction - Exercices d'application- Variations de fonctions

I. Monotonie

Exercice 1 d'après ex 35 p 82

Soit f une fonction strictement croissante et définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(-2) = 0$ et $f(1) = 3$.

- 1) Tracer une allure possible de la courbe
- 2) Résoudre les inéquations suivantes :

a) $f(x) < 0$

b) $f(x) \geq 3$

Exercice 2 (ex 37 p 82)

Soient f une fonction strictement croissante et g une fonction strictement décroissante définies sur $\mathbb{R}$ telles que $f(-2) = g(-2)$.

Comparer $f(x)$ et $g(x)$ pour :

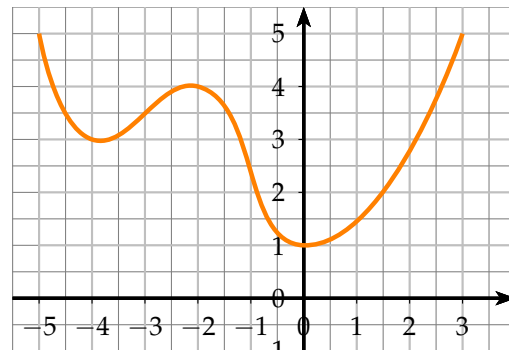
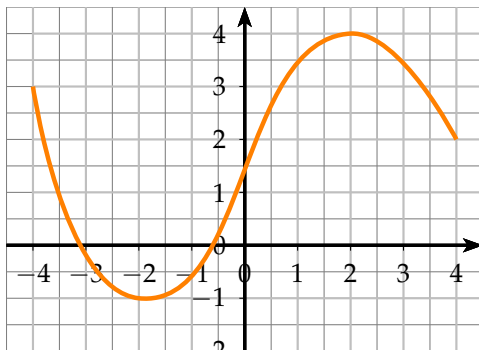
1) $x \in [-8; -2]$

2) $x \in]-2; 0]$

II. Tableaux de variations

Exercice 3

Sur les deux graphiques ci-dessous, $\mathcal{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f . Pour chaque graphique, dresser le tableau de variations de la fonction f .



Exercice 4

Voici le tableau de variations d'une fonction f .

x	-2	0	0.5	3	$+\infty$
$f(x)$	-1	-2	0	4	$-\infty$

- 1) Quelle est l'ensemble de définition de la fonction f ?
- 2) La fonction f est-elle :

- a) croissante sur $[-2; 2]$? sur $[0; 1]$?
- b) décroissante sur $[3; 10]$? sur $[-2; 1]$?
- 3) Donner $f(0), f(-2), f(0,5)$
- 4) Combien 0 a-t-il d'antécédents par f ?
- 5) Tracer une courbe $\mathcal{C}_f$ susceptible de représenter la fonction f dans un repère.
- 6) Dans le même repère, tracer une courbe $\mathcal{C}_g$ représentative de la fonction g définie par $g(x) = f(x) + 1$ sur $[-2; +\infty]$

Exercice 5 Voici le tableau de variations d'une fonction h .

x	-2	0	3	4
$f(x)$	-1	2,5	0,5	7

- 1) Comparer (au sens de l'ordre) en justifiant, les nombres suivants :

- a) $h(-2)$ et $h(-1)$

$$-2 < -1 \text{ et } -2 \text{ et } -1 \in [-2; 0].$$

Sur $[-2; 0]$ la fonction h est croissante et une fonction croissante conserve l'ordre donc

$$h(-2) \leq h(-1)$$

- b) $h(2,6)$ et $h(2,7)$

$$2,6 < 2,7 \text{ et } 2,6 \text{ et } 2,7 \in [0; 3].$$

Sur $[0; 3]$ la fonction h est décroissante et une fonction décroissante renverse l'ordre donc

$$h(2,6) \geq h(2,7)$$

- c) $h\left(\frac{1}{3}\right)$ et $h\left(\frac{3}{2}\right)$

$$\frac{1}{3} < \frac{3}{2} \text{ et } \frac{1}{3} \text{ et } \frac{3}{2} \in [0; 3].$$

Sur $[0; 3]$ la fonction h est décroissante et une fonction décroissante renverse l'ordre donc

$$h\left(\frac{1}{3}\right) \geq h\left(\frac{3}{2}\right)$$

- d) $h\left(\frac{7}{2}\right)$ et $h(4)$

$$\frac{7}{2} < 4 \text{ et } \frac{7}{2} \text{ et } 4 \in [3; 4].$$

Sur $[3; 4]$ la fonction h est croissante et une fonction croissante conserve l'ordre donc

$$h\left(\frac{7}{2}\right) \leq h(4)$$

- 2) Peut-on comparer $h(-1)$ et $h(1)$? Pourquoi ?

Exercice 6 d'après les exercices 23 à 25 p 80

Voici le tableau de variations d'une fonction f .

x	$-\infty$	-2	1	5
$f(x)$	$-\infty$	5	3	4

1) Préciser l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f . $D_f =]-\infty; 5]$

2) En utilisant les termes "croissante" et "décroissante", décrire les variations de f .

La fonction f est **croissante** sur $] -\infty; -2]$ et sur $[1; 5]$.
La fonction f est **décroissante** sur $[-2; 1]$

3) Comparer en justifiant, les nombres suivants :

a) $f(-10)$ et $f(-5)$

$-10 < -5$ et -10 et $-5 \in]-\infty; -2]$.
Sur $] -\infty; -2]$ la fonction f est croissante et une fonction croissante conserve l'ordre donc
 $f(-10) \leq f(-5)$

b) $f(0)$ et $f(1)$

$0 < 1$ et 0 et $1 \in [-2; 1]$.
Sur $[-2; 1]$ la fonction f est décroissante et une fonction décroissante renverse l'ordre donc
 $f(0) \geq f(1)$

c) $f(2)$ et $f(3)$

$2 < 3$ et 2 et $3 \in [1; 5]$.
Sur $[1; 5]$ la fonction f est croissante et une fonction croissante conserve l'ordre donc
 $f(2) \leq f(3)$

4) Peut-on comparer $f(-4)$ et $f(0)$? Pourquoi?

-4 et $0 \in]-\infty; 1]$ et sur $] -\infty; 1]$ la fonction n'est pas monotone donc on ne peut pas comparer $f(-4)$ et $f(0)$

5) Donner l'image par f de l'intervalle $[1; 5]$, puis de l'intervalle $[-2; 1]$

L'image par f de l'intervalle $[1; 5]$ est l'intervalle $[3; 4]$.
L'image par f de l'intervalle $[-2; 1]$ est l'intervalle $[3; 5]$.

6) Combien 0 a-t-il d'antécédents par f ?

0 a 1 antécédent par f (entre $-\infty$ et -2)

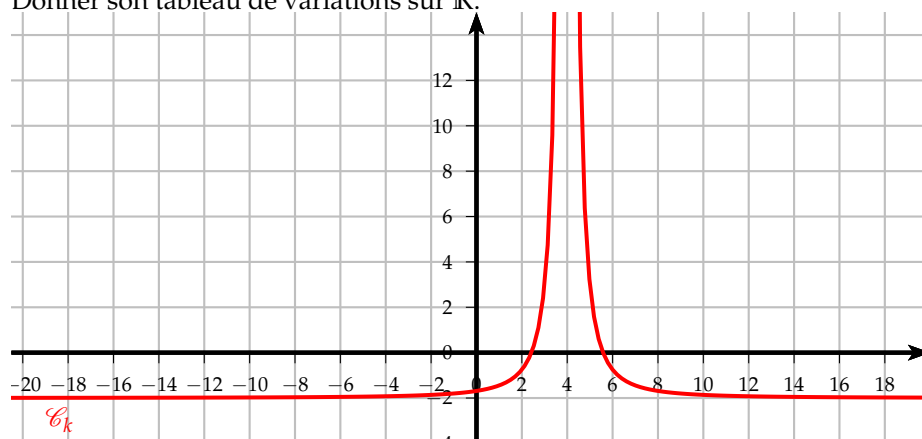
7) Dans un repère orthonormé, tracer une possible courbe représentative de f .

8) Dans le même repère, tracer une courbe représentative possible de la fonction g définie sur $\mathcal{D}$ par :
 $g(x) = f(x) - 4$.

Exercice 7

On a tracé ci-dessous la représentation graphique de la fonction rationnelle k définie par $k(x) = \frac{5}{(x-4)^2} - 2$

Donner son tableau de variations sur $\mathbb{R}$.



x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$			

Exercice 8 (Vrai Faux)

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-10;6]$ dont le tableau de variations est représenté ci-dessous :

x	-10	-2	0	6
$f(x)$	5	3	7	-4

Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si elle est vraie, fausse, ou si l'on ne peut pas savoir, en justifiant votre réponse :

- 1) Le domaine de définition de f est $[-10;6]$

Vrai (dans l'énoncé)

- 2) $f(-10) > f(-4)$

Vrai (ou Faux) selon justification $f(-10) \geq f(-4)$

- 3) le minimum de f est atteint en -4

Faux. Le minimum est -4 atteint en 6.

- 4) $f(3) > f(5)$

Vrai (ou Faux) selon justification $f(3) \geq f(5)$

- 5) $f(6) < f(-5)$

Vrai $f(6) = -4 < 3 = f(-2) \leq f(-5)$

- 6) 7 est le maximum de f

Vrai. Il est atteint en 0.

- 7) $f(1)$ est un nombre positif

On ne peut pas savoir. $-4 \leq f(1) \leq 7$

- 8) f est positive sur $[-10; 0]$

Vrai. $f(x) \geq 3$ quand $x \in [-10; 0]$

- 9) f est négative sur $[2; 6]$

On ne peut pas savoir. $-4 \leq f(x) \leq 7$ quand $x \in [2; 6]$

- 10) f est décroissante sur $[2; 6]$

Vrai car f est décroissante sur $[0; 6]$

- 11) $[-4; 7]$ est l'image de $[-2; 6]$ par f

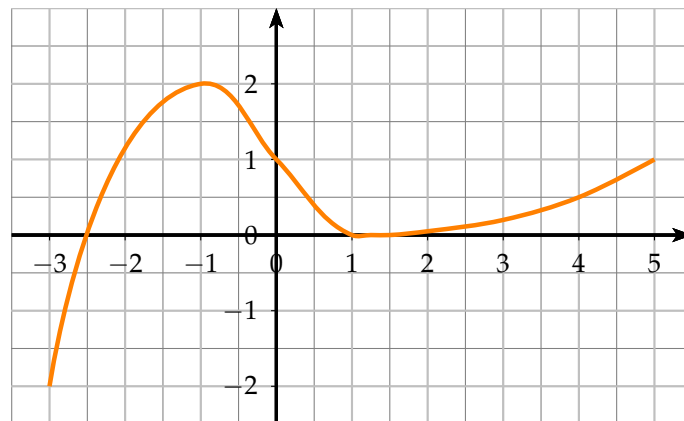
Vrai

- 12) 0 a deux antécédents par f .

Faux. Il en a 1 (entre 0 et 6)

III. Extrema

Exercice 9 Voici la courbe représentative d'une fonction f .



- 1) Quel est l'ensemble de définition de cette fonction? $D_f = [-3; 5]$

- 2) Lire sur cette courbe le maximum de f sur chacun des intervalles suivants :

- a) $[-3; 5]$

Sur $[-3; 5]$ le maximum est 2 atteint en -1 .

- b) $[-2; 3]$

Sur $[-2; 3]$ le maximum est 2 atteint en -1 .

- c) $[1; 5]$

Sur $[1; 5]$ le maximum est 1 atteint en 5.

- 3) Lire sur cette courbe le minimum de f sur chacun des intervalles suivants :

- a) $[-3; 5]$

Sur $[-3; 5]$ le minimum est -2 atteint en -3 .

- b) $[-1; 4]$

Sur $[-1;4]$ le minimum est 0 atteint en 1.

c) $[0;2]$

Sur $[0;2]$ le minimum est 0 atteint en 1.

4) Dresser le tableau de variations de f sur son ensemble de définition

x	-3	-1	1	5
$f(x)$	-2	2	0	1

5) Sur le graphique, tracer la fonction g définie sur $[-3;5]$ par $g(x) = -f(x)$

Exercice 10 Voici le tableau de variations d'une fonction f .

x	-3	-2	1	4	6
$f(x)$	3	-1	1	0	0,5

Sur chaque intervalle, donner le maximum et le minimum de la fonction f et préciser pour quelles valeurs de x ils sont obtenus.

1) $[-3;6]$

Sur $[-3;6]$ le maximum est 3 atteint en -3.
Sur $[-3;6]$ le minimum est -1 atteint en -2.

2) $[-2;4]$

Sur $[-2;4]$ le maximum est 1 atteint en 1.
Sur $[-2;4]$ le minimum est -1 atteint en -2.

3) $[1;6]$

Sur $[1;6]$ le maximum est 1 atteint en 1.
Sur $[1;6]$ le minimum est 0 atteint en 4.