Chapitre 8

Fonctions affines et linéaires

I. Définition et propriété

Définitions

- --

- --

Remarques Cas particulier

Si f est une fonction affine telle que :

- $m = 0$, alors la fonction f est une fonction **constante**.
- $p = 0$, alors la fonction f est une fonction **linéaire**.

Propriété

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. f est une fonction affine si, et seulement si, pour tous réels distincts a et b, ------------------------------

----

Conséquence

Soient f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ et a et b deux réels distincts.

Exemple : f est une fonction affine telle que $f(0) = -5$ et $f(1) = -2$.

Alors : $p = f(0) = -5$ et $m = \dfrac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \dfrac{-2 - (-5)}{1} = -2 + 5 = 3$. f est donc définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 5$

Méthode - déterminer si une fonction est affine

Énoncé : Les fonctions suivantes sont-elles affines ? Justifier.

1) $f(x) = 2x - 3$ **2)** $g(x) = x^2 - 1$

Réponse :

1) --

2) --

II. Représentation graphique

Propriété

Dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}; \mathrm{I}, \mathrm{J})$, la courbe représentative d'une fonction f est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées si, et seulement si, f est une fonction affine.

Conséquence

Soit f une fonction affine définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$.
Pour représenter f, il suffit de placer deux points $\mathrm{A}\,(x_\mathrm{A}; y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{B}\,(x_\mathrm{B}; y_\mathrm{B})$ avec $y_\mathrm{A} = mx_\mathrm{A} + p$ et $y_\mathrm{B} = mx_\mathrm{B} + p$ puis de tracer la droite passant par ces deux points.

Méthode - représenter une fonction affine

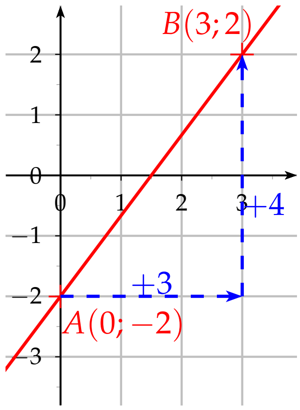
Énoncé :
Représenter dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}; \mathrm{I}, \mathrm{J})$ la fonction affine h définie par $h(x) = \frac{4}{3}x - 2$.

Méthode :

- Pour placer les deux points A et B, on choisit deux abscisses x_A et x_B.
- On calcule les ordonnées $y_\mathrm{A} = mx_\mathrm{A} + p$ et $y_\mathrm{B} = mx_\mathrm{B} + p$.
- La droite (AB) est la courbe représentative de la fonction affine.

Réponse :

- On prend $x_\mathrm{A} = 0$ et $x_\mathrm{B} = 3$.
- On a donc $y_A = -2$ et $y_B = \frac{4}{3} \times 3 - 2 = 2$.
- on obtient :



III. Étude d'une fonction affine

1) Variation

Propriété

- --
- --

Méthode - Utiliser les variations

Énoncé :
Soit $a \in [-3;-2]$ et g une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -4x - 5$.
Déterminer un encadrement de $g(a)$.

Méthode :

- On vérifie les variations de la fonction g.
- La fonction est décroissante donc deux nombres et leur image sont classés dans l'ordre inverse.

Réponse :

----

2) signes

Propriété

1) Si $m \neq 0$, alors $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{p}{m}$.

2) Si $m > 0$, alors $f(x) > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{p}{m}$.

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

3) Si $m < 0$, alors $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < -\frac{p}{m}$.

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Méthode - Dresser un tableau de signes

Énoncé :
Dresser le tableau de signes de la fonction h sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -5x - 7$

Méthode :

- On vérifie les variations de h.
- On calcule la valeur qui annule h.
- On complète le tableau de signes à l'aide de 1 . et 2 .

Réponse :

---

x	$-\infty$				$+\infty$
$f(x)$			0		

Méthode - Résoudre une inéquation

Énoncé :
Résoudre l'inéquation $(3x + 2)(-2x - 1) \leqslant 0$.

Méthode :

- On détermine le signe de chaque facteur en utilisant la méthode de gauche.
- On résume le signe du produit sur la dernière ligne.
- On donne l'ensemble des solutions.

Réponse :

En résumé

x	$-\infty$		$+\infty$
Signe de $3x+2$			
Signe de $-2x-1$			
Signe du produit			