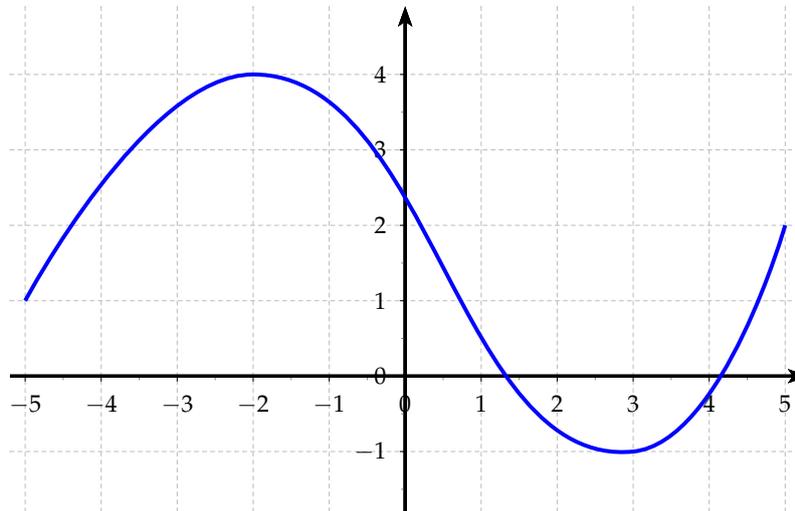


## Correction - DS n°05 - Sujet A

### Variations de fonctions

#### Exercice 1 - Construire un tableau de variations - (4 points)

Soit la fonction  $f$  définie par sa courbe représentative ci-dessous.



1) Dresser le tableau de variations de  $f$ .

$x$	-5	-2	3	5
$f(x)$	1	4	-1	2

(Arrows in the original image indicate the direction of the function between these points: increasing from 1 to 4, decreasing from 4 to -1, and increasing from -1 to 2.)

2) Quel est le minimum de  $f$ ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint?

Le minimum de  $f$  est  $-1$  atteint pour  $x = 3$

3) Quel est le maximum de  $f$ ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint?

Le maximum de  $f$  est  $4$  atteint pour  $x = -2$

4) Peut-on affirmer que pour tout réel  $x \in [-5; 5]$ , on a  $f(x) \geq -1$ ? Justifier.

Comme le minimum de  $f$  sur l'intervalle  $[-5; 5]$  est  $-1$ , on peut dire que par définition du minimum,  $f(x) \geq -1$  pour tout  $x \in [-5; 5]$

#### Exercice 2 - Lire un tableau de variations - (8 points)

On considère une fonction  $f$  dont on donne ci-dessous le tableau de variations.

$x$	-2	1	3	6	12
$f(x)$	1	5	-3	-1	-4

(Arrows in the original image indicate the direction of the function between these points: increasing from 1 to 5, decreasing from 5 to -3, increasing from -3 to -1, and decreasing from -1 to -4.)

- 1) Quel est l'ensemble de définition de  $f$ ?  $Df = [-2; 12]$
- 2) Quelle est l'image de 1 par  $f$ ?  $f(1) = 5$
- 3) Comparer, si c'est possible, les nombres suivants (répondre impossible si ça ne l'est pas).

a)  $f(0)$  et  $f(2)$

impossible car  $f$  n'est pas monotone sur  $[-2; 3]$

b)  $f(1)$  et  $f(3)$

$1 < 3$  et  $1$  et  $3 \in [1; 3]$ .

Sur  $[1; 3]$  la fonction  $f$  est décroissante et une fonction décroissante renverse l'ordre donc

$$f(1) \geq f(3)$$

c)  $f(4)$  et  $f(\pi)$

$\pi < 4$  et  $\pi$  et  $4 \in [3; 6]$ .

Sur  $[3; 6]$  la fonction  $f$  est croissante et une fonction croissante conserve l'ordre donc

$$f(\pi) \leq f(4)$$

- 4) Combien l'équation  $f(x) = 0$  a-t-elle de solution(s)?

L'équation  $f(x) = 0$  a 1 solution (sur l'intervalle  $[1; 3]$ ).

- 5) Peut-on affirmer que pour tout réel  $x$  de  $[-2; 12]$ , on a  $-4 \leq f(x) \leq 5$ ? Pourquoi?

$-4$  est le minimum de  $f$  sur  $[-2; 12]$  et  $5$  est le maximum de  $f$  sur  $[-2; 12]$ .

Donc pour tout réel  $x$  de  $[-2; 12]$ , on a  $-4 \leq f(x) \leq 5$ .

### Exercice 3 - Lire un tableau de variations - (6 points)

On considère une fonction  $f$  dont le tableau de variations est le suivant :

$x$	-10	$-\frac{7}{2}$	1	2	$\frac{17}{3}$	8
$f(x)$	-2		0		0	4
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	
		-5		-3		

- 1) Quel est le minimum de  $f$ ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint?

Le minimum de  $f$  est  $-5$  atteint pour  $x = -\frac{7}{2}$

- 2)  Quel est le maximum de  $f$ ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint?

Le maximum de  $f$  est  $4$  atteint pour  $x = 8$

- 3) Résoudre l'inéquation  $f(x) \leq 0$ ?

$$S = \left[-10; \frac{17}{3}\right]$$

4) Comparer  $f(-8)$  et  $f(-6)$

$$-8 < -6 \text{ et } -8 \text{ et } -6 \in \left[-10; -\frac{7}{2}\right].$$

Sur  $\left[-10; -\frac{7}{2}\right]$  la fonction  $f$  est décroissante et une fonction décroissante renverse l'ordre donc

$$f(-8) \geq f(-6)$$

5) Comparer  $f(3)$  et  $f(5)$

$$3 < 5 \text{ et } 3 \text{ et } 5 \in [2; 8].$$

Sur  $[2; 8]$  la fonction  $f$  est croissante et une fonction croissante conserve l'ordre donc

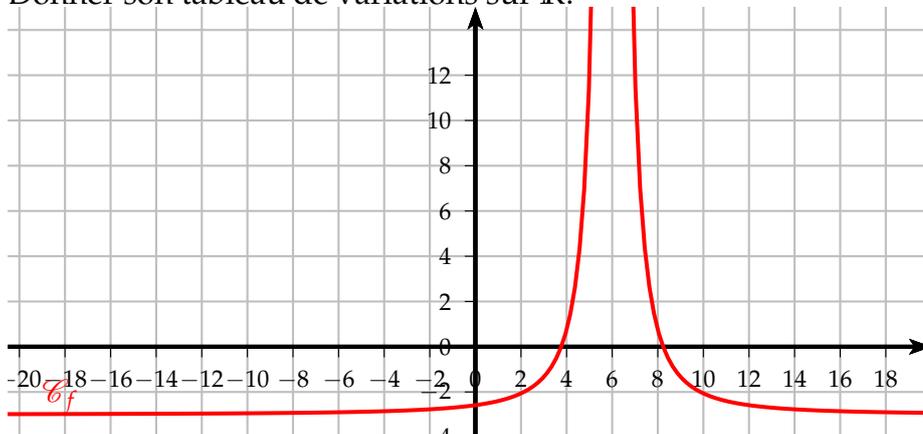
$$f(3) \leq f(5)$$

#### Exercice 4 - Dresser un tableau de variations - (2 points)

On a tracé ci-dessous la représentation graphique d'une fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{15}{(x-6)^2} - 3$$

Donner son tableau de variations sur  $\mathbb{R}$ .



$x$	$-\infty$	$6$	$+\infty$
$f(x)$	↗		↘