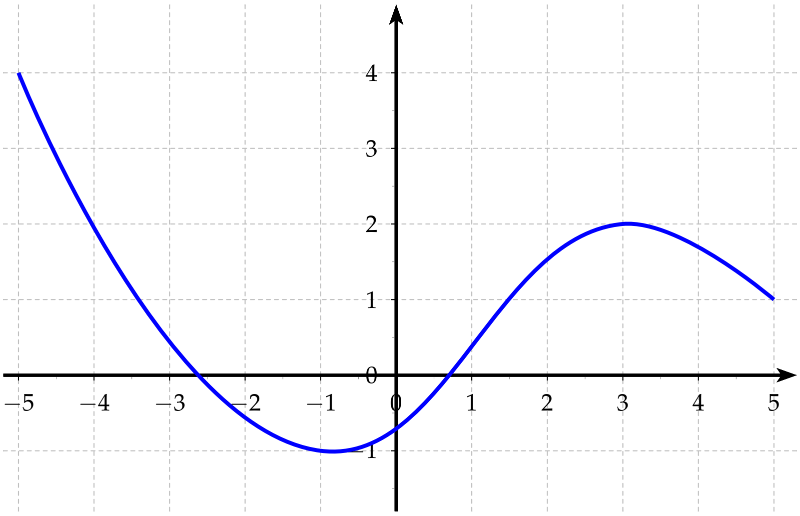
Correction - DS n°05 - Sujet B
Variations de fonctions

Exercice 1 - Construire un tableau de variations - (4 points)

Soit la fonction f définie par sa courbe représentative ci-dessous.



1) Dresser le tableau de variations de f.

x	-5		-1		3		5
$f(x)$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

2) ✎ Quel est le minimum de f ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint ?

Le minimum de f est -1 atteint pour $x = -1$

3) Quel est le maximum de f ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint ?

Le maximum de f est 4 atteint pour $x = -5$

4) ✎ Peut-on affirmer que pour tout réel $x \in [-5; 5]$, on a $f(x) \geqslant -1$? Justifier.

Comme le minimum de f sur l'intervalle $[-5; 5]$ est -1, on peut dire que par définition du minimum, $f(x) \geqslant -1$ pour tout $x \in [-5; 5]$

Exercice 2 - Lire un tableau de variations - (8 points)

On considère une fonction f dont on donne ci-dessous le tableau de variations.

x	-3		1		2		5		8
$f(x)$	-3	$\nearrow$	7	$\searrow$	-5	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-4

1) Quel est l'ensemble de définition de f ? $\boxed{Df = [-3;8]}$

2) Quelle est l'image de 1 par f ? $\boxed{f(1) = 5}$

3) Comparer, si c'est possible, les nombres suivants (répondre impossible si ça ne l'est pas).

a) $f(0)$ et $f(1,5)$

impossible car f n'est pas monotone sur $[-3;2]$

b) $f(1)$ et $f(2)$

$1 < 2$ et 1 et $2 \in [1;2]$.
Sur $[1;2]$ la fonction f est décroissante et une fonction décroissante renverse l'ordre donc
$f(1) \geqslant f(2)$

c) $f(4)$ et $f(\pi)$

$\pi < 4$ et π et $4 \in [2;5]$.
Sur $[2;5]$ la fonction f est croissante et une fonction croissante conserve l'ordre donc
$f(\pi) \leqslant f(4)$

4) Combien l'équation $f(x) = 0$ a-t'elle de solution(s) ?

L'équation $f(x) = 0$ a 2 solutions (sur l'intervalle $[-3;1]$ et sur l'intervalle $[1;2]$).

5) Peut-on affirmer que pour tout réel x de $[-3;8]$, on a $-4 \leqslant f(x) \leqslant 7$? Pourquoi ?

-4 est le minimum de f sur $[-2;12]$ et 7 est le maximum de f sur $[-2;12]$.
Donc pour tout réel x de $[-2;12]$, on a $-4 \leqslant f(x) \leqslant 7$ (et non pas 5).

Exercice 3 - Lire un tableau de variations - (6 points)

On considère une fonction f dont le tableau de variations est le suivant :

x	-10		$-\frac{9}{2}$		1		2		$\frac{19}{5}$		8
$f(x)$	-2	↘	-6	↗	0	↘	-3	↗	0	↗	4

1) Quel est le minimum de f ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint ?

Le minimum de f est -6 atteint pour $x = -\dfrac{9}{2}$

2) ✎ Quel est le maximum de f ? En quelle(s) valeur(s) est-il atteint ?

Le maximum de f est 4 atteint pour $x = 8$

3) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$?

$S = \left[-10; \dfrac{19}{5}\right]$

4) Comparer $f(-8)$ et $f(-6)$

$-8 < -6$ et -8 et $-6 \in \left[-10; -\dfrac{9}{2}\right]$.
Sur $\left[-10; -\dfrac{9}{2}\right]$ la fonction f est décroissante et une fonction décroissante renverse l'ordre donc
$f(-8) \geqslant f(-6)$

5) ✎ Comparer $f(3)$ et $f(5)$

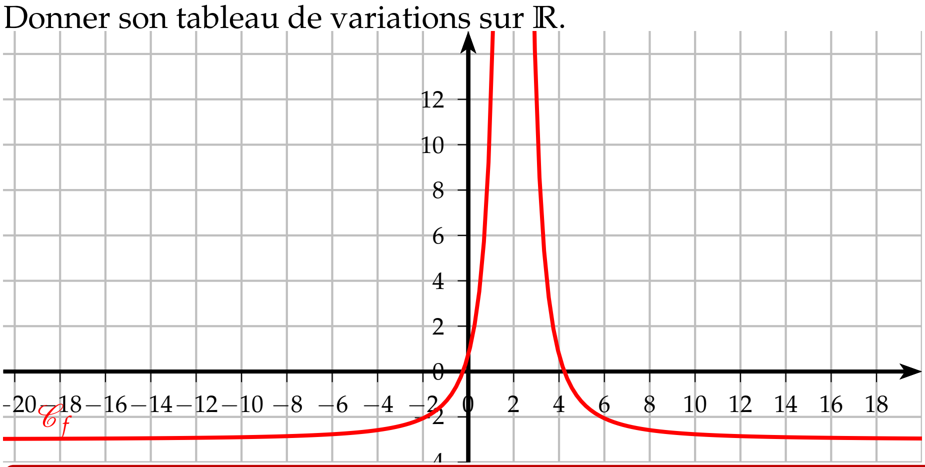
$3 < 5$ et 3 et $5 \in [2;8]$.
Sur $[2;8]$ la fonction f est croissante et une fonction croissante conserve l'ordre donc
$f(3) \leqslant f(5)$

Exercice 4 - Dresser un tableau de variations - (2 points)

On a tracé ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f définie par

$$f(x) = \frac{15}{(x-2)^2} - 3$$

Donner son tableau de variations sur $\mathbb{R}$.



x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		↗	‖	↘	