

## Chapitre 9

## Système d'équations

## I. Méthodes de résolution

## 1) Méthode par substitution

## Méthode

Dans un bar, 2 habitués paient une tournée. Le premier commande un café et 4 bières et paie 9,70 €.

Le second commande 3 cafés et 2 bières et paie 9,10 €.

Quel est le prix dans ce bar, d'un café et d'une bière ?

Pour répondre à cette question, nous allons mettre en équation le problème. Nous avons ici 2 équations (les 2 tournées) à 2 inconnues (le prix d'une bière et le prix d'un café).

## Choix des inconnues

Soit  $x$  le prix d'un café.

Soit  $y$  le prix d'une bière.

## mise en équation

$$\begin{cases} x + 4y = 9,70 \\ 3x + 2y = 9,10 \end{cases}$$

## résolution du système d'équations

Nous allons employer ici la méthode par substitution qui est la méthode idéal lorsque une des 2 inconnues n'a pas de coefficient associé dans 1 des 2 équations (ici la première). On va substituer (remplacer) dans l'autre équation cette inconnue.

$$\begin{cases} x + 4y = 9,70 \\ 3x + 2y = 9,10 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 9,70 - 4y \\ 3x + 2y = 9,10 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 9,70 - 4y \\ 3(9,70 - 4y) + 2y = 9,10 \end{cases}$$

La deuxième équation est alors une équation du premier degré à une inconnue que l'on résout tout en gardant visuellement le système.

$$\begin{cases} x = 9,70 - 4y \\ 3(9,70 - 4y) + 2y = 9,10 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 9,70 - 4y \\ 29,1 - 12y + 2y = 9,10 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 9,70 - 4y \\ -10y = 9,10 - 29,1 \end{cases}$$

On termine en finissant de résoudre la deuxième équation. On remplace ensuite  $y$  dans la première équation par la valeur trouvée afin de trouver la valeur de  $x$

$$\begin{cases} x = 9,70 - 4y \\ -10y = -20 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 9,70 - 4 \times 2 \\ y = \frac{20}{10} = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1,70 \\ y = 2 \end{cases}$$

On note :  $S = \{(1,70; 2)\}$

**Conclusion**

Dans ce bar, le prix d'un café est de 1,70 € et le prix d'une bière est de 2 €.

**2) Méthode des combinaisons linéaires****Méthode**

**On reprend l'exemple précédent** : Dans un autre bar, 2 habitués paient une tournée. Le premier commande 3 café et 4 bières et paie 13,8 €. Le second commande 2 cafés et 5 bières et paie 14,1 €.

Quel est le prix dans ce bar, d'un café et d'une bière ?

Pour répondre à cette question, nous allons mettre en équation le problème. Nous avons ici 2 équations (les 2 tournées) à 2 inconnues (le prix d'une bière et le prix d'un café).

**Choix des inconnues**

Soit  $x$  le prix d'un café.

Soit  $y$  le prix d'une bière.

**mise en équation**

$$\begin{cases} 3x + 4y = 13,80 & (1) \\ 2x + 5y = 14,1 & (2) \end{cases}$$

**résolution du système d'équations**

Ici, la méthode de substitution ne se prête pas à la résolution du système car en isolant une inconnue, on ramène les équations à des coefficients rationnels (des fractions). Ce qui compliquerait considérablement les calculs.

On multiplie la première équation par 2 et la deuxième équation par 3 dans le but d'éliminer une inconnue par soustraction ou addition des deux équations.

$$\begin{cases} 6x + 8y = 27,60 & (1) \times 2 \\ 6x + 15y = 42,3 & (2) \times 3 \end{cases} \iff \begin{cases} 6x + 8y = 27,60 & (1) \\ 7y = 14,7 & (2) - (1) \end{cases}$$

La deuxième équation est alors une équation du premier degré à une inconnue que l'on résout tout en gardant visuellement le système.

$$\begin{cases} 6x + 8y = 27,60 & (1) \\ 7y = 14,7 & (2) - (1) \end{cases} \iff \begin{cases} 6x + 8y = 27,60 & (1) \\ y = \frac{14,7}{7} & (2) - (1) \end{cases}$$

On termine en finissant de résoudre la deuxième équation. On remplace ensuite  $y$  dans la première équation par la valeur trouvée afin de trouver la valeur de  $x$

$$\begin{cases} 6x + 8 \times 2,10 = 27,60 & (1) \\ y = 2,10 & (2) - (1) \end{cases} \iff \begin{cases} 6x + 16,8 = 27,60 & (1) \\ y = 2,10 & (2) - (1) \end{cases} \iff$$

$$\begin{cases} 6x = 10,8 & (1) \\ y = 2,10 & (2) - (1) \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1,8 & (1) \\ y = 2,10 & (2) - (1) \end{cases}$$

On note :  $S = \{(1,80; 2,10)\}$

**Conclusion**

Dans ce bar, le prix d'un café est de 1,80 € et le prix d'une bière est de 2,10 €.