Chapitre 4

# Notion de Vecteurs

## I. Notion de vecteur

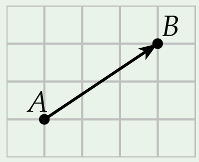
### 1) Vecteur et translation

**Définition**

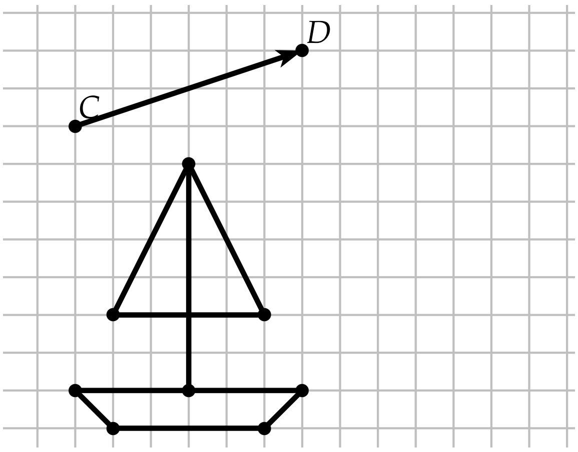
. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .




**Exemple :** Dessiner l'image du bateau par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$

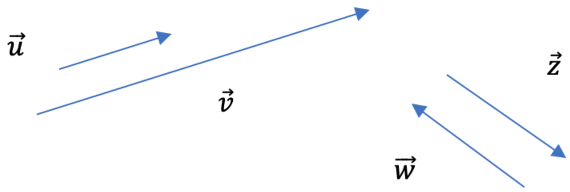



**Définition**

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un outil mathématique qui matérialise la translation d'un point à un autre point. Il est défini par 3 caractéristiques :

- . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
- . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
- . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**Exemple :**




- Les vecteurs qui ont la même direction sont : . . . . . . . . . . . . . . . . .
- Les vecteurs qui ont le même sens sont : . . . . . . . . . . . . . . . . .
- Les vecteurs qui ont la même norme sont : . . . . . . . . . . . . . . . . .

**Remarque - Vecteur nul** le vecteur qui matérialise la translation du point A au point A, c'està-dire sur lui-même, est noté $\overrightarrow{0}$ et s'appelle le vecteur nul. On a $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$. Ce vecteur n'a ni direction ni sens, et a pour norme 0.

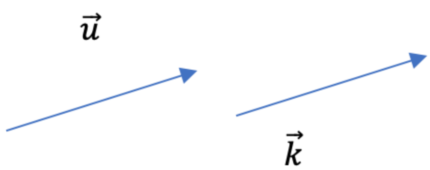
## 2) Vecteurs égaux

**Définition**

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont :

- . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
- . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
- . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**Exemple** :




On note $\vec{u} = \vec{k}$

**Remarque** On a alors une infinité de représentations d'un vecteur $\vec{u}$. Pour en choisir un en particulier, il suffit de choisir un point du plan pour origine du vecteur. Par exemple, on dit que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le représentant du vecteur $\vec{u}$ ayant pour origine A. On note $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ avec A l'origine de la flèche et B l'extrémité.

## 3) Vecteurs opposés

**Définition**

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits opposés s'ils ont :

- . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
- . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

- ..........................................................................................

MAIS ............................ On note ......................................................

**Exemple :** Dans l'exemple du 1) on a $\vec{w} = -\vec{z}$( ou $\vec{z} = -\vec{w}$)

**Propriété**

.............................................................................................

.............................................................................................

## II. Opérations sur les vecteurs

### 1) Règle du parallélogramme

**Propriété**

ABCD est un parallélogramme équivaut à dire que ............................................

**Démonstration**

### 2) Somme de vecteurs et relation de Chasles

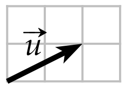
**Définition**

.............................................................................................

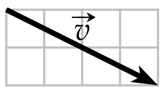
.............................................................................................

**Exemple :**

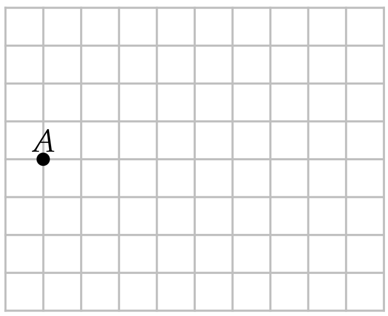
Soient $\vec{u}$ :




et $\vec{v}$ :




Tracer le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ à partir du point A :



**Propriété**

**Relation de Chasles :** Soient $A$, $B$ et $C$ trois points du plan. On a : ...............................

**Exemple** :

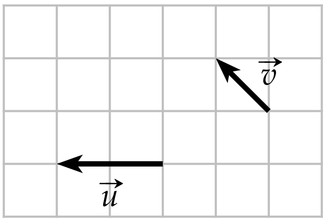
1) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} =$ ..........
2) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} =$ ..........
3) $\overrightarrow{AC} +$ .......... $= \overrightarrow{AB}$
4) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} =$ ..........
5) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} =$ ..........
6) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} =$ ..........

## 3) Multiplication par un réel

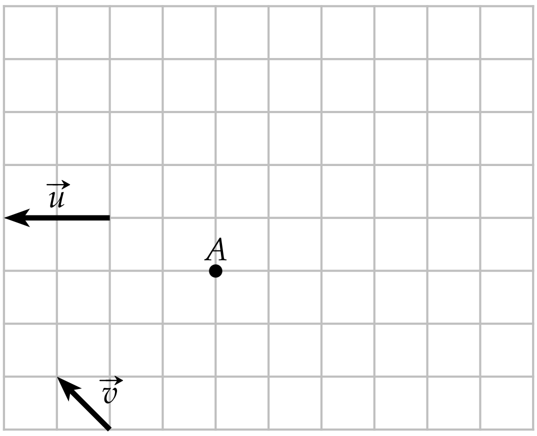
Comme pour les sommes, on peut construire des vecteurs multiples d'un autre vecteur en les mettant pour à bout.

**Exemples** :

- Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan. Construire $2\vec{u}$ ; $-3\vec{v}$




- Soit $A$ un point. Placer les points $B, C, D$ et $E$ tels que :
  - $\overrightarrow{AB} = -\vec{u} + 4\vec{v}$
  - $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v}$
  - $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{CA}$
  - $\overrightarrow{ED} = 2\vec{u} - 3\vec{v} \iff$ ................



**Propriété**

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**Exemples :**

1) $4(\vec{u}+\vec{v}) =$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

2) $4(2\vec{u}) =$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

3) $5(2\vec{u}+3\vec{v}) =$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

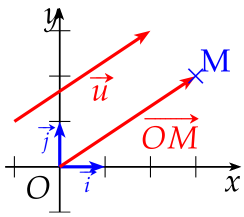
# III. Coordonnées de vecteurs

## 1) Définition

**Définition**

Soit $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$, un repère du plan. Pour tout vecteur $\vec{u}$, il existe un unique point M tel que $\vec{u}=\overrightarrow{OM}$. Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans ce repère sont alors celles du point M.

Si un point M a pour coordonnées $(x_M;y_M)$ alors on note . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

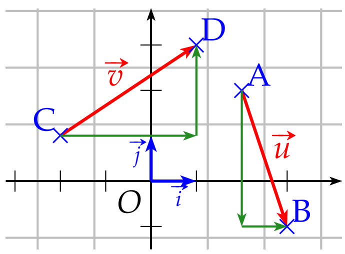



**Propriété**

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x_2\\y_2\end{pmatrix}$ 2 vecteurs. Alors . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**Méthode - Déterminer graphiquement les coordonnées d'un vecteur**

**Enoncé :**
Déterminer graphiquement les coordonnées des vecteurs $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{CD}$




**Solution :**

## 2) Calcul des coordonnées d'un vecteur

**Propriété**

Dans un repère, soient A et B deux points de coordonnées A $(x_A; y_A)$ et B $(x_B; y_B)$.

alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées .

**Démonstration**

**Méthode - Coordonnées d'un vecteur**

**Enoncé :**
Soient $A(-1;-5)$ et B$(2;3)$. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$
**Solution :**

## 3) Opérations sur les vecteurs

**Propriété**

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x_2\\y_2\end{pmatrix}$ 2 vecteurs. Alors :

- $\vec{u}+\vec{v} =$
- $k\vec{u} =$

**Méthode - Utiliser les opérations sur les vecteurs**

**Enoncé :**
Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-7\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$. Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$
**Solution :**