

Vecteurs

Exercices d'entraînement

Exercice 1

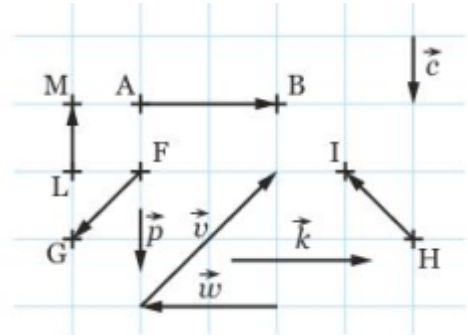
On considère les vecteurs suivants représentés sur un quadrillage.

- 1) Repérer les vecteurs égaux, les vecteurs opposés et les vecteurs de même norme.

vecteurs égaux : $\overrightarrow{AB} = \vec{k}$ et $\vec{c} = \vec{p}$

vecteurs opposés : $\overrightarrow{AB} = \vec{k} = -\vec{w}$ et $\vec{c} = \vec{p} = -\overrightarrow{ML}$

même norme : $\|\overrightarrow{FG}\| = \|\overrightarrow{IH}\|$

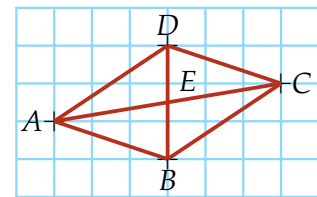


- 2) Quelle est l'image du point F par la translation de vecteur $\overrightarrow{LM}$? **Le point A**
- 3) Par quelles translations le point A est-il l'image du point B? **par la translation de vecteur $\vec{w}$**

Exercice 2

À partir de la figure ci-contre, déterminer les images suivantes.

- 1) L'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$. **C**
- 2) L'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$. **D**
- 3) L'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{CE}$. **A**



Exercice 3

À l'aide de la figure ci-contre, citer :

- 1) trois paires de vecteurs égaux.

$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{DC}$

- 2) trois vecteurs ayant la même direction.

$\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{CD}$

- 3) quatre vecteurs ayant la même norme.

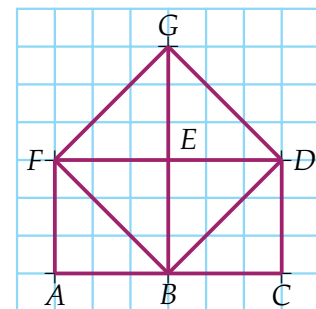
$\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{GD}$, $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{BF}$

- 4) deux vecteurs ayant la même direction, des sens contraires et des normes différentes.

$\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{CA}$

- 5) quatre vecteurs opposés au vecteur $\overrightarrow{ED}$.

$\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BA}$

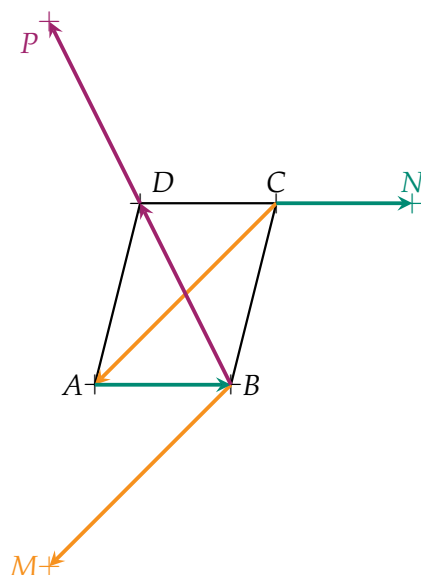


Exercice 4

Soit un parallélogramme ABCD.

Construire les points M, N et P définis par :

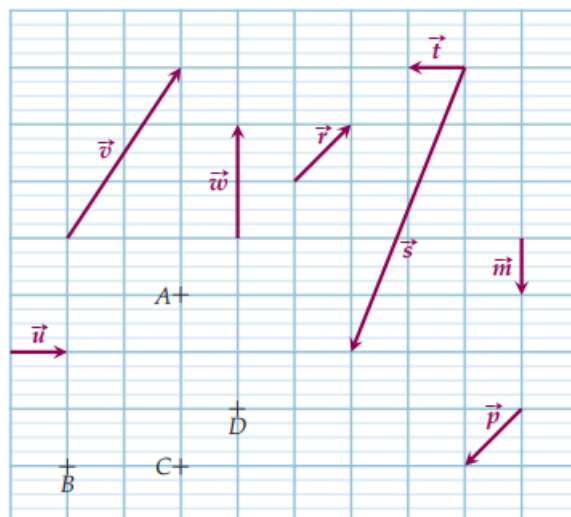
$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{BD}.$$



Exercice 5

À partir de la figure ci-contre, citer un vecteur :

- 1) opposé à $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{p}$
- 2) de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{m}$
- 3) de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire; $\overrightarrow{t}$
- 4) égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$. $\overrightarrow{v}$



Exercice 6

À partir de la figure ci-contre,

- 1) donner les images des points C, D, E dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;

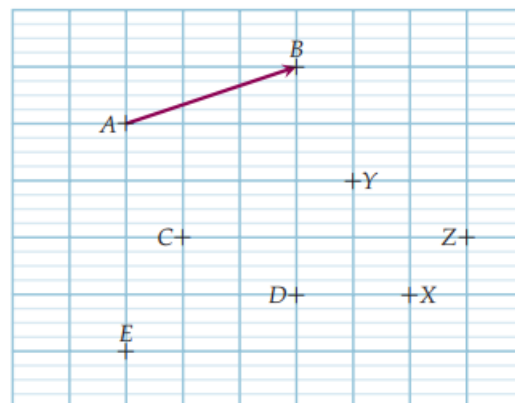
L'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est Y .

L'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est Z .

L'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est X .

- 2) citer trois vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AB}$;

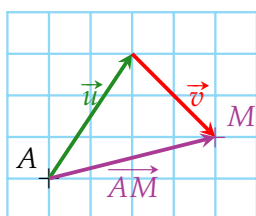
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CY} = \overrightarrow{DX} = \overrightarrow{EZ}$$



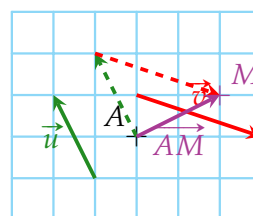
Exercice 7

Reproduire les figures suivantes puis placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$

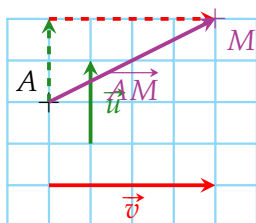
1)



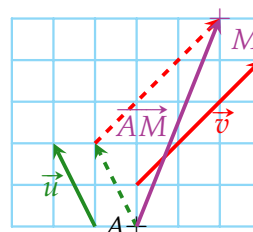
3)



2)

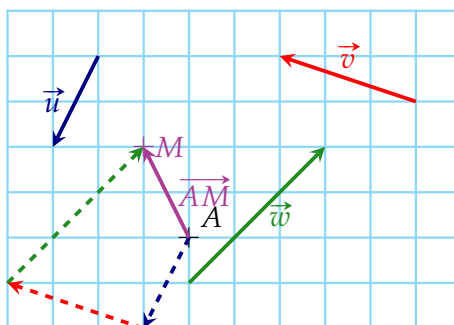


4)



Exercice 8

Reproduire la figure puis construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$



Exercice 9

ADCG et AGFE sont deux carrés.

- 1) a) Déterminer l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{AF}$. **F**

- b) En déduire $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AF}$. **$\overrightarrow{DF}$**

- 2) Déterminer :

a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{DG}$

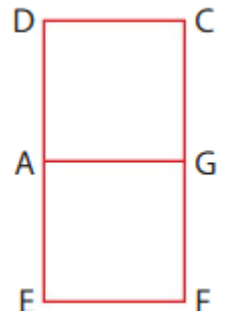
d) $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EF}$

b) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DF}$

e) $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{EE} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{CG}$

f) $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DD} = \vec{0}$



Exercice 10

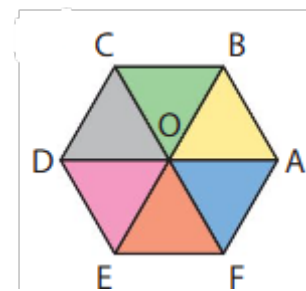
L'hexagone $ABCDEF$ de centre O est formé de six triangles équilatéraux de sommet commun O . Déterminer les sommes suivantes.

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO}$

2) $\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{EO} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FB}$

3) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$

4) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{DO}$



Exercice 11 - Relation de Chasles

Recopier et compléter par des noms de points :

1) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BC}$

3) $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{OP}$

2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

4) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MG} = \overrightarrow{AG}$

Exercice 12

On considère la figure suivante composée de triangles équilatéraux.

1) Écrire trois égalités traduisant la relation de Chasles.

$$\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{EF} \quad \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{EG} \quad \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{JD}$$

2) Écrire trois égalités traduisant la propriété du parallélogramme.

$$\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AK} \quad \overrightarrow{MH} = \overrightarrow{LJ} \quad \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{NJ}$$

3) Réduire les sommes suivantes en transformant l'égalité si nécessaire.

a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AG}$

b) $\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{FG}$

c) $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{GK}$

d) $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NJ} = \overrightarrow{BJ}$

e) $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{GI} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{CG}$

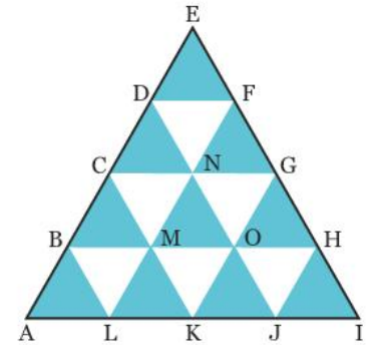
f) $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{HK} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{GA}$

g) $\overrightarrow{HM} + \overrightarrow{KI} = \overrightarrow{HM} + \overrightarrow{MH} = \overrightarrow{HH} = \vec{0}$

h) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AM}$

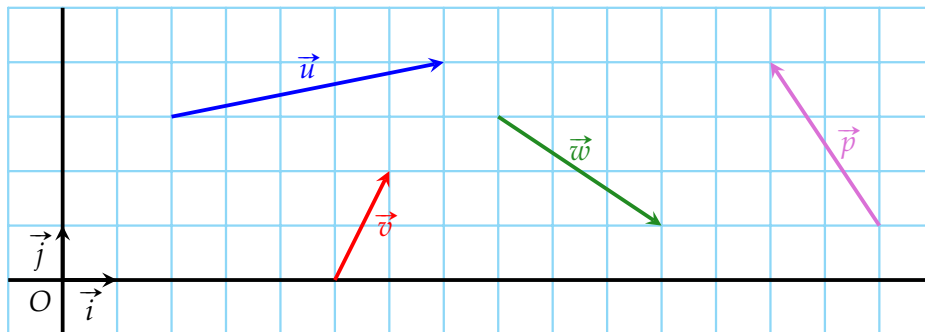
i) $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{LF} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO}$

j) $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{MM} = \vec{0}$



Exercice 13

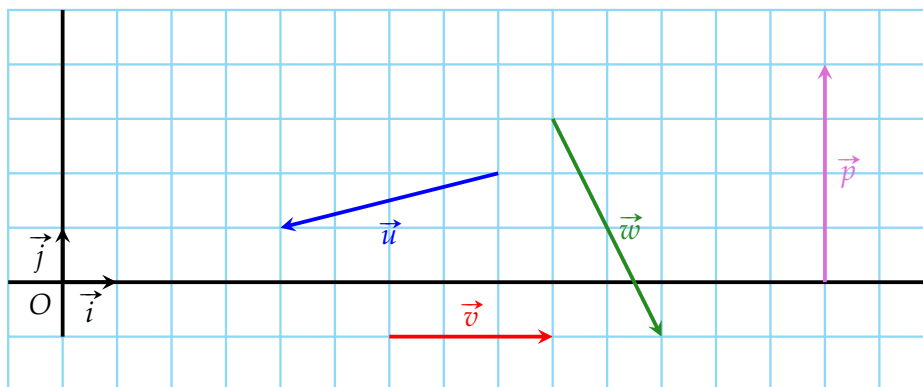
Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{p}$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$



$$\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{p} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Exercice 14

Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{p}$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$



$$\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{p} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Exercice 15

Dans chacun des cas, calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

- 1) A(-3;1) et B(4;-2).

On a $x_B - x_A = 4 - (-3) = 7$ et $y_B - y_A = -2 - 1 = -3$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$

- 2) A(-2;-3) et B(1;5)

On a $x_B - x_A = 1 - (-2) = 3$ et $y_B - y_A = 5 - (-3) = 8$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$

- 3) A(4;2) et B $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

On a $x_B - x_A = -1 - 4 = -5$ et $y_B - y_A = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

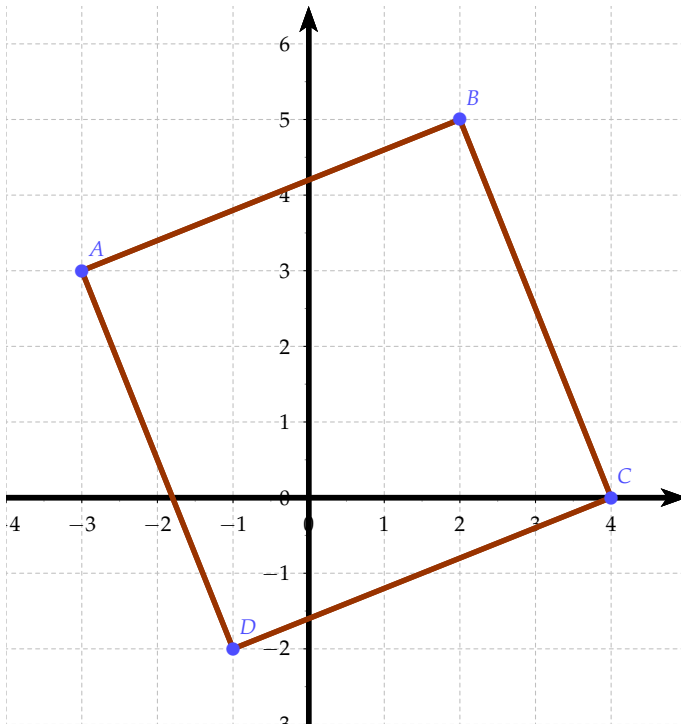
- 4) A $\left(-\frac{1}{4}; 3\right)$ et B(2;3)

On a $x_B - x_A = 2 - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{4}$ et $y_B - y_A = 3 - 3 = 0$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} \frac{9}{4} \\ 0 \end{pmatrix}$

Exercice 16

Soit A(-3;3), B(2;5), C(4;0), D(-1;-2)

- 1) Émettre une conjecture sur le quadrilatère ABCD.



- 2) a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

On a $x_B - x_A = 2 - (-3) = 5$ et $y_B - y_A = 5 - 3 = 2$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

On a $x_C - x_D = 4 - (-1) = 5$ et $y_C - y_D = 0 - (-2) = 2$ donc $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

- b) Qu'en déduit-on pour ABCD ?

on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc d'après la règle du parallélogramme, ABCD est un parallélogramme.

Exercice 17

On considère les points $A(-2;4)$, $B(1;3)$, $C(-1;1)$ et $D(2;0)$.

- 1) Calculer les coordonnées des milieux de [AD] et [BC]. Qu'en déduit-on ?

Soit F milieu de [AD] et G milieu de [BC].

$$x_F = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = 0 \text{ et}$$

$$y_F = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{4 + 0}{2} = 2 \text{ donc } F(0;2)$$

$$x_G = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = 0 \text{ et}$$

$$y_G = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3 + 1}{2} = 2 \text{ donc } G(0;2)$$

F et G ont les mêmes coordonnées donc les diagonales se coupent en leur milieu donc ABDC est un parallélogramme.

- 2) Proposer une autre méthode pour obtenir la même conclusion.

On a $x_B - x_A = 1 - (-2) = 3$ et $y_B - y_A = 3 - 4 = -1$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

On a $x_D - x_C = 2 - (-1) = 3$ et $y_D - y_C = 0 - 1 = -1$ donc $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
 on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ donc d'après la règle du parallélogramme, ABDC est un parallélogramme.

Exercice 18

Dans un repère, on a $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Calculer les coordonnées de $\vec{u} - \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$

$$\vec{u} - \vec{v} \begin{pmatrix} 4 - (-2) \\ -1 - (-1) \end{pmatrix} = \vec{u} - \vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} - \vec{v} + \vec{w} \begin{pmatrix} 4 - (-2) + (-1) \\ -1 - (-1) + 3 \end{pmatrix} = \vec{u} - \vec{v} + \vec{w} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Exercice 19

Soit les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Calculer les coordonnées des vecteurs suivants

1) $-3\vec{w}$

$$-3\vec{w} \begin{pmatrix} -3 \times 2 \\ -3 \times 4 \end{pmatrix} = -3\vec{w} \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \end{pmatrix}$$

3) $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$

$$\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} \begin{pmatrix} -1 + 3 - 2 \\ 2 + 1 - 4 \end{pmatrix} = \vec{u} + \vec{v} - \vec{w} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2) $\vec{u} - \vec{v}$

$$\vec{u} - \vec{v} \begin{pmatrix} -1 - 3 \\ 2 - 1 \end{pmatrix} = \vec{u} - \vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4) $2\vec{u} - 3\vec{w}$

$$2\vec{u} - 3\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \times (-1) - 3 \times 2 \\ 2 \times 2 - 3 \times 4 \end{pmatrix} = 2\vec{u} - 3\vec{w} \begin{pmatrix} -8 \\ -8 \end{pmatrix}$$

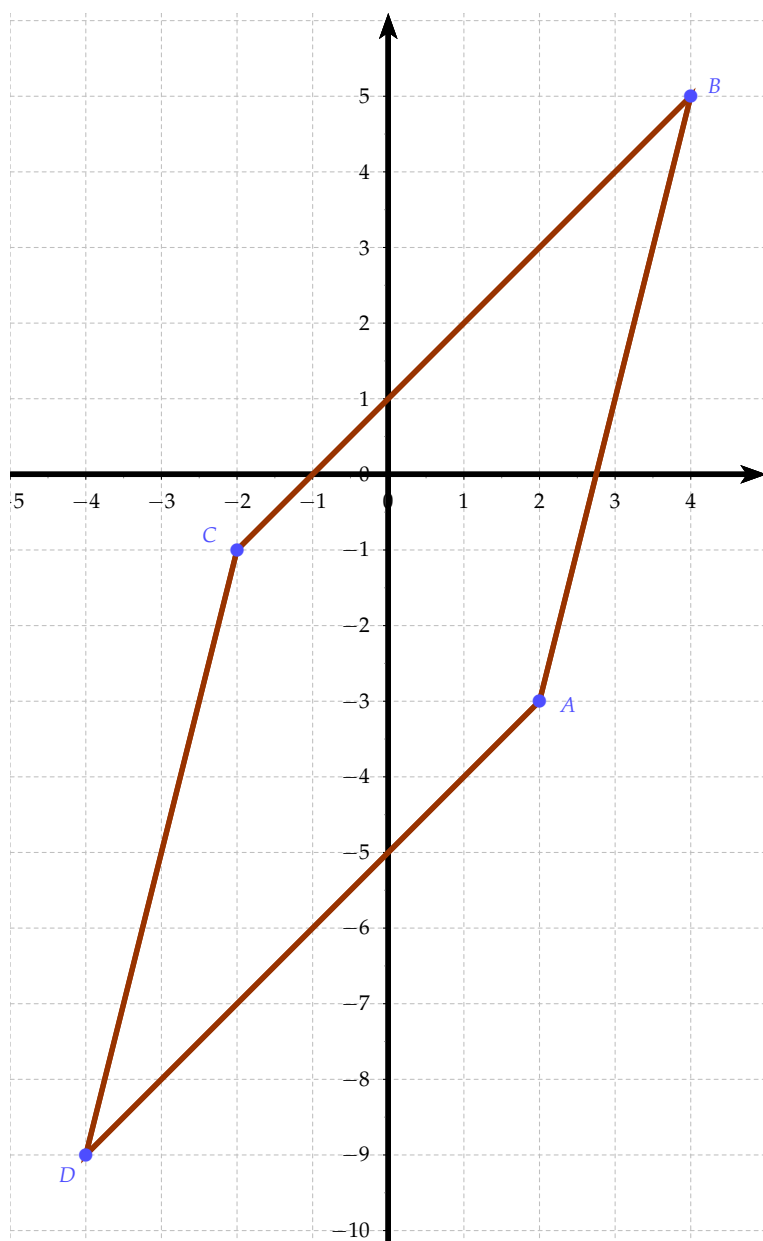
5) $\frac{1}{2}\vec{w} - \frac{3}{2}\vec{v}$

$$\frac{1}{2}\vec{w} - \frac{3}{2}\vec{v} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \times 2 - \frac{3}{2} \times 3 \\ \frac{1}{2} \times 4 - \frac{3}{2} \times 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\vec{w} - \frac{3}{2}\vec{v} \begin{pmatrix} -\frac{7}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Exercice 20 - Déterminer les coordonnées d'un point (1)

Soit A(2; -3), B(4; 5) et C(-2; -1).

- 1) Faire une figure.



- 2) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

On a $x_B - x_A = 4 - 2 = 2$ et $y_B - y_A = 5 - (-3) = 8$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}$

- 3) Placer le point D tel que ABCD est un parallélogramme.
 4) Soit $(x_D; y_D)$ les coordonnées du point D.

- a) Exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{DC}$.

On a $x_C - x_D = -2 - x_D$ et $y_C - y_D = -1 - y_D$ donc $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -2 - x_D \\ -1 - y_D \end{pmatrix}$

- b) En déduire x_D et y_D .

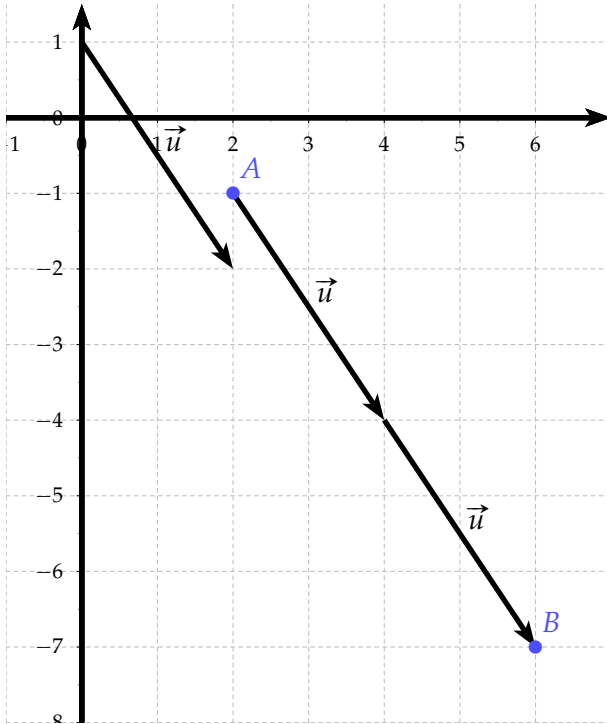
Pour que ABCD soit un parallélogramme on doit avoir $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (règle du parallélogramme).
 $-2 - x_D = 2 \iff -x_D = 4 \iff x_D = -4$ et $-1 - y_D = 8 \iff -y_D = 9 \iff y_D = -9$

—— Exercice 21 - Déterminer les coordonnées d'un point (2) ———

On considère le point $A(2; -1)$ et le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Le point $B(x_B; y_B)$ est défini par $\overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$.

- 1) Faire une figure.



- 2) Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{u}$.

$$2\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \times 2 \\ 2 \times (-3) \end{pmatrix} = 2\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

- 3) Exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ en fonction de x_B et y_B .

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - 2 \\ y_B + 1 \end{pmatrix}$$

- 4) En déduire les coordonnées de B.

on a $\overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$ donc :
 $x_B - 2 = 4 \iff x_B = 4 + 2 \iff x_B = 6$ et $y_B + 1 = -6 \iff y_B = -6 - 1 \iff y_B = -7$
 On a donc $B(6; -7)$ (coordonnées confirmées par le graphique)