

Chapitre 01 - Dérivation

Exercices obligatoires

Exercice 1

Pour chaque fonction f , calculer $f'(x)$.

1) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 6x + 5e^x + \frac{3}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$.

2) $f(x) = 2e^{3x-1}$ sur $\mathbb{R}$.

3) $f(x) = (5x + 4)^2$ sur $\mathbb{R}$.

4) $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 – Dériver avec des fonctions de référence

1) $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$ pour tout x réel.

2) $f(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 8$ pour tout x réel.

3) $f(x) = -x^3 + 5x^2 + \frac{4}{x}$ pour tout $x \neq 0$.

4) $f(x) = 3e^x - 5x^2 + 4$ pour tout x réel.

5) $f(x) = (3x - 5)(x + 1)$ pour tout x réel.

6) $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ pour tout x réel.

Exercice 3 – Dériver e^u

1) $f(x) = e^{-x}$ pour tout x .

2) $f(x) = 10e^{-0,5x}$ pour tout x .

3) $f(x) = \frac{e^x}{e^{-x} + 1}$ pour tout x .

Exercice 4 – Dériver u^2 et $\sqrt{u}$

1) a. $f(x) = (3x - 4)^2$ pour tout x réel.

2) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ pour tout x réel.

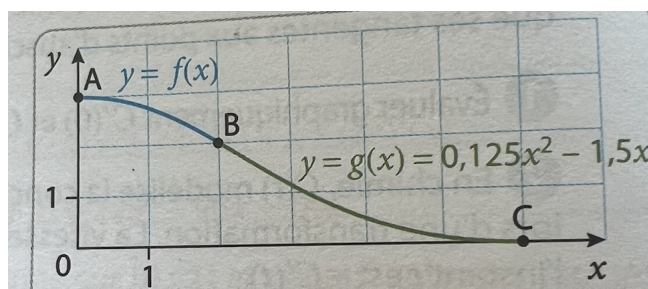
Exercice 5 – Signe de la dérivée

1) Calculer la dérivée de la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = xe^{-0,5x}$.

2) Déterminer le signe de $f'(x)$.

Exercice 6 – Un problème de raccord

Pour terminer une rampe d'accès à un parking, on souhaite raccorder la portion existante, représentée en vert sur le graphique, avec un dernier tronçon, en bleu, allant de A à $B(2;2)$. Les deux tronçons doivent se raccorder parfaitement, sans rupture de pente et la descente démarrer doucement en $A(0;3)$ avec une pente nulle. L'unité graphique représente 1 m.



1) Interpréter ces contraintes par des conditions que doit respecter la fonction f .

- 2) Vérifier que la fonction f définie par $f(x) = -0,25x^2 + 3$ remplit toutes ces conditions.

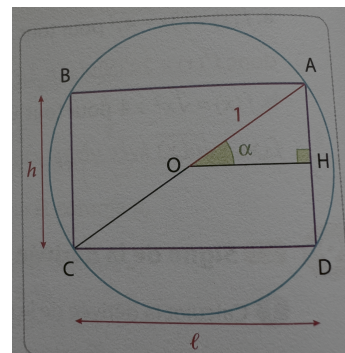
Exercice 7 – Étude d'une fonction polynôme

Soit f la fonction définie sur $[0; 6]$ par $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5$.

- 1) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
- 2) Compléter le tableau de variations de f et préciser son maximum.

Exercice 8 – Résistance d'une poutre

Dans un tronc d'arbre on découpe une poutre en forme de parallélépipède rectangle dont une section rectangulaire est représentée ci-contre. La résistance à la flexion de cette poutre varie comme le produit $\ell \times h^2$ où ℓ et h sont la longueur et la largeur de la poutre. On prend $OA = 1$ unité de longueur.



- 1) Montrer que $h^2 = 4 - \ell^2$,
- 2) En déduire que $\ell h^2 = f(\ell)$ où $f(x) = -x^3 + 4x$ pour $x \geq 0$.
- 3)
 - a) Compléter le tableau de variations de f sur $[0; 2]$.
 - b) Comment choisir (pour que la poutre résiste au mieux à la flexion ?
 - c) Quel est l'angle α correspondant à $0,1^\circ$ près ?

Exercice 9 – Evolution d'une population

La population d'une ville est modélisée depuis 2020 par la fonction f donnée par $f(t) = \frac{40t}{t^2 + 25} + 10$, où t désigne le temps écoulé depuis le 1er janvier 2020, en années, et $f(t)$ la population en dizaines de milliers d'habitants.

- 1) Montrer que $f'(t) = 40 \frac{(5-t)(5+t)}{(t^2 + 25)^2}$,
- 2) En déduire le tableau de variations de f sur $[0; 15]$,
- 3) Quelle sera la population maximale dans ce modèle et en quelle année sera-t-elle atteinte ?