

Correction - Entraînement au DS n°01

Repérage

1h10 - Calculatrice autorisée - Barème indicatif

On veillera à ENCADRER ses résultats et soigner sa copie.

Les résultats doivent être justifiés par des calculs (au moins 1 étape intermédiaire).

Exercice 1 - Nature du quadrilatère - (7 points)

- 1) quelle est la nature du repère (O ; I ; J) ci-contre ?
- 2) Lire les coordonnées des points A, B, C et D .
- 3) Placer les points E(3;2), F(1;-1), G(-4;0) et H(-2;3)

- 4) Calculer les coordonnées de M milieu de [EG]

$$x_M = \frac{x_E + x_G}{2} = \frac{3 + (-4)}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_M = \frac{y_E + y_G}{2} = \frac{2 + 0}{2} = 1$$

donc M $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

- 5) Calculer les coordonnées de P milieu de [FH]

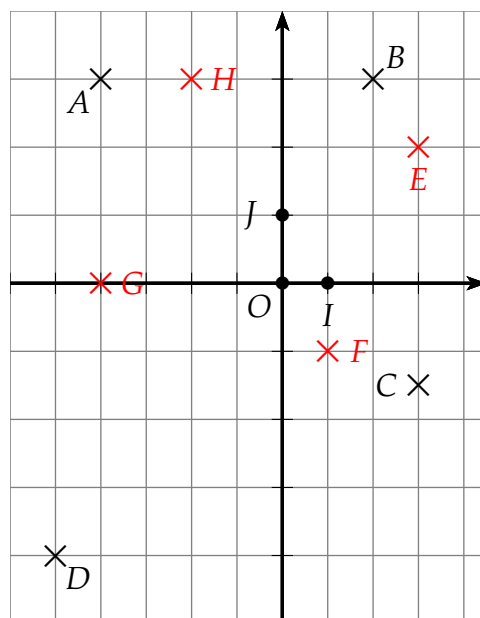
$$x_P = \frac{x_F + x_H}{2} = \frac{1 + (-2)}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_P = \frac{y_F + y_H}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

donc P $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

- 6) que peut-on en conclure quant à la nature du quadrilatère EFGH ?

Les points P et M ont les mêmes coordonnées. Il s'agit donc du même point. Les diagonales ont donc le même milieu et un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme. ABCD est donc un parallélogramme.



Exercice 2 - Triangle particulier - (4 points)

On considère les points A(-1;-2), B(2;1) et C(-6;3).

- 1) Calculer les longueurs AB, AC et BC.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-6 - (-1))^2 + (3 - (-2))^2} = \sqrt{(-5)^2 + 5^2} = \sqrt{50}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-6 - 2)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{(-8)^2 + 2^2} = \sqrt{68}$$

2) Donner la nature du triangle ABC.

Les 3 longueurs sont différentes. Le triangle n'est donc ni équilatéral ni isocèle. On va utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour voir si le triangle est rectangle.

On a d'une part $BC^2 = (\sqrt{68})^2 = 68$.

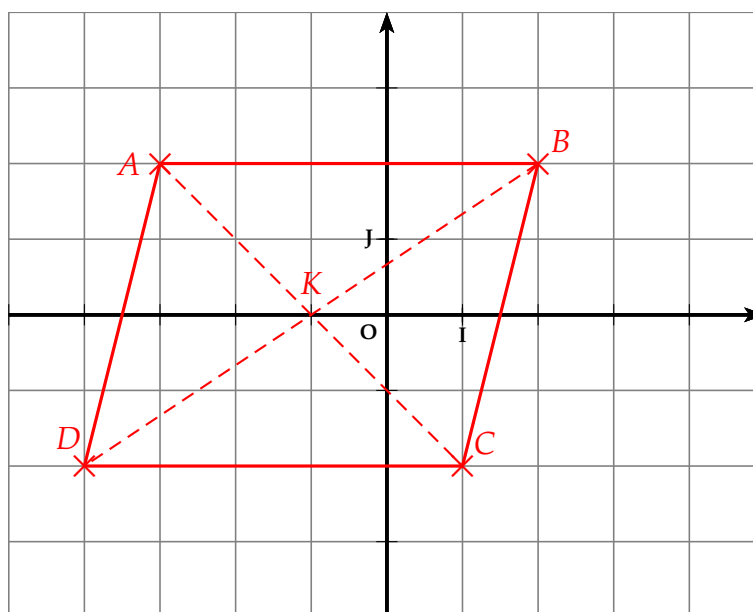
D'autre part : $AB^2 + AC^2 = (\sqrt{18})^2 + (\sqrt{50})^2 = 18 + 50 = 68 = BC^2$

On a donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$. L'égalité de Pythagore est vérifiée. Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A

Exercice 3 - 4eme sommet du parallélogramme - (3 points)

Dans le repère orthonormé (O,I,J), on considère les points $A(-3; 2)$, $B(2; 2)$ et $C(1; -2)$.

1) Placer ces points dans le repère (O,I,J) ci-après :



2) Déterminer par le calcul les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme de centre K (K doit être le milieu des diagonales).

Pour qu'ABCD soit un parallélogramme il faut que les diagonales aient le même milieu. Soit K milieu de [AC] et de [BD]. On calcule ses coordonnées à l'aide du point A et du point C.

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3 + 1}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

On utilise les valeurs trouvées avec les points B et D.

Méthode 1 : A l'aide d'une équation

$$\frac{x_B + x_D}{2} = x_K \iff \frac{2 + x_D}{2} = -1 \iff 2 + x_D = -2 \iff x_D = -2 - 2 = -4$$

$$\frac{y_B + y_D}{2} = y_K \iff \frac{2 + y_D}{2} = 0 \iff 2 + y_D = 0 \iff y_D = -2$$

Donc $D(-4; -2)$. On retrouve bien les coordonnées lues sur le graphique

Méthode 2 : A l'aide des coordonnées de D lues sur le graphique

Vérifions les égalités $\frac{x_B + x_D}{2} = x_K$ et $\frac{y_B + y_D}{2} = y_K$ avec $x_D = -4$ et $y_D = -2$.

$$\frac{x_B + x_D}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = -\frac{2}{2} = -1 = x_K$$

$$\frac{y_B + y_D}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0 = y_K$$

Les coordonnées de D sont donc $(-4; -2)$

Exercice 4 - Quadrilatère particulier - (7 points)

On considère les points $A(-6;2)$, $B(-2;6)$, $C(2;2)$ et $D(-2;-2)$.

- 1) a) Calculer les coordonnées de K milieu de [AC]

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-6 + 2}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Donc $K(-2;2)$

- b) Calculer les coordonnées de M milieu de [BD]

$$x_M = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{-2 + (-2)}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$y_M = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{6 + (-2)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Donc $M(-2;2)$

- c) Que peut-on en déduire quant à la nature du quadrilatère ABCD?

Les points K et M ont les mêmes coordonnées. Il s'agit donc du même point. Les diagonales ont donc le même milieu et un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme. ABCD est donc un parallélogramme.

- 2) a) Montrer que $AB = BC$.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2 - (-6))^2 + (6 - 2)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (2 - 6)^2} = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = AB$$

- b) Qu'est ce que cela implique pour la nature du parallélogramme ABCD?

ABCD est un parallélogramme qui a 2 côtés consécutifs de même longueur donc ABCD est un losange

- 3) Montrer que ABCD est un rectangle.

On calcule la longueur des 2 diagonales

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2 - (-6))^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{8^2 + 0^2} = \sqrt{64} = 8$$

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(-2 - (-2))^2 + (-2 - 6)^2} = \sqrt{0^2 + (-8)^2} = \sqrt{64} = 8 = AC$$

Un parallélogramme qui a ses deux diagonales de même longueur est un rectangle, donc ABCD est un rectangle.

- 4) Dédurre des questions précédentes la nature précise du parallélogramme ABCD en justifiant.

ABCD est à la fois un losange et un rectangle. Le quadrilatère ABCD est donc un carré.