

## Correction du sujet d'entraînement - DS n°01 Généralités sur les fonctions et Taux de variation

### Exercice 1

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -4x + 7$ .

- 1) Calculer les images de  $-3$  et de  $2$  par  $f$ .

$$f(-3) = -4 \times (-3) + 7 = 12 + 7 = 19$$

$$f(2) = -4 \times 2 + 7 = -8 + 7 = -1$$

L'image de  $-3$  par  $f$  est **19** et l'image de  $2$  par  $f$  est **-1**.

- 2) Déterminer un antécédent de  $-5$  par  $f$ .

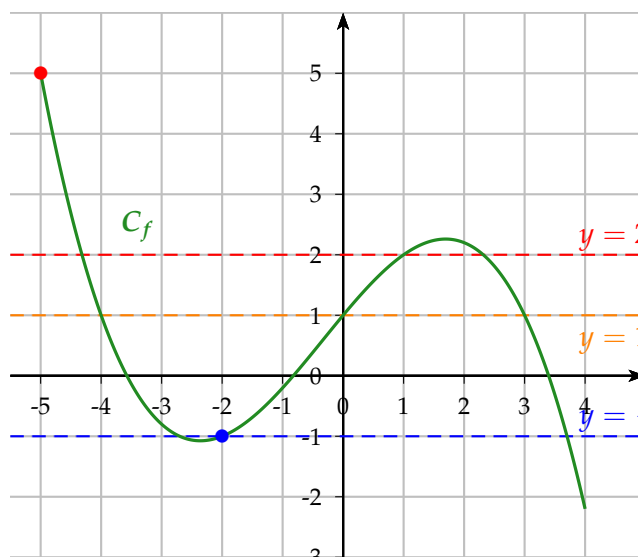
On résout l'équation  $f(x) = -5$  :

$$-4x + 7 = -5 \iff -4x = -5 - 7 \iff -4x = -12 \iff x = \frac{-12}{-4} = 3$$

Un antécédent de  $-5$  par  $f$  est **3**. (Vérification :  $f(3) = -12 + 7 = -5$ .)

### Exercice 2

On considère une fonction  $f$  définie sur  $[-5; 4]$  dont la représentation graphique  $C_f$  est donnée ci-dessous.



Avec la précision permise par le graphique :

- 1) Donner l'image de  $-5$ .

Le point de  $C_f$  d'abscisse  $-5$  a pour ordonnée  $5$ .

L'image de  $-5$  par  $f$  est **5** :  $f(-5) = 5$ .

- 2) Donner un antécédent de  $-1$ .

On cherche les abscisses des points de  $C_f$  d'ordonnée  $-1$  (intersection avec la droite d'équation  $y = -1$ ).

Un antécédent de  $-1$  par  $f$  est **-2**.

(Les autres antécédents de  $-1$  sont environ  $-2,7$  et  $3,7$ .)

- 3) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 2$ .

On cherche les abscisses des points d'intersection de  $C_f$  avec la droite d'équation  $y = 2$ .

$$S \approx \{-4,3; 1; 2,3\}$$

- 4) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) < 1$ .

On cherche les abscisses des points de  $C_f$  situés strictement en dessous de la droite d'équation  $y = 1$ .

$$S = ]-4; 0[ \cup ]3; 4]$$

### Exercice 3

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -3x + 2$ .

- 1) Calculer le taux de variation de  $f$  entre  $-2$  et  $1$ .

$$f(-2) = -3 \times (-2) + 2 = 6 + 2 = 8 \quad \text{et} \quad f(1) = -3 \times 1 + 2 = -3 + 2 = -1$$

$$\frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} = \frac{-1 - 8}{3} = \frac{-9}{3} = -3$$

Le taux de variation de  $f$  entre  $-2$  et  $1$  est  $-3$ .

- 2) Calculer le taux de variation de  $f$  entre  $2$  et  $6$ .

$$f(2) = -3 \times 2 + 2 = -6 + 2 = -4 \quad \text{et} \quad f(6) = -3 \times 6 + 2 = -18 + 2 = -16$$

$$\frac{f(6) - f(2)}{6 - 2} = \frac{-16 - (-4)}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

Le taux de variation de  $f$  entre  $2$  et  $6$  est  $-3$ .

Remarque :  $f$  est une fonction affine de coefficient directeur  $-3$ , son taux de variation est donc toujours égal à  $-3$ .

### Exercice 4

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 + 4x - 1$ .

- 1) Déterminer le taux de variation de  $f$  entre  $1$  et  $3$ .

$$f(1) = 1^2 + 4 \times 1 - 1 = 1 + 4 - 1 = 4$$

$$f(3) = 3^2 + 4 \times 3 - 1 = 9 + 12 - 1 = 20$$

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{20 - 4}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Le taux de variation de  $f$  entre  $1$  et  $3$  est  $8$ .

- 2) Déterminer le taux de variation de  $f$  entre  $-1$  et  $1$ .

$$f(-1) = (-1)^2 + 4 \times (-1) - 1 = 1 - 4 - 1 = -4 \quad \text{et} \quad f(1) = 4 \text{ (calculé précédemment)}$$

$$\frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{4 - (-4)}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Le taux de variation de  $f$  entre  $-1$  et  $1$  est  $4$ .

Remarque :  $f$  n'est pas affine, son taux de variation dépend donc des valeurs choisies.

**Exercice 5**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -4x + 5$  et deux réels  $x_1$  et  $x_2$ .

- 1) Calculer le taux de variation de  $f$  entre  $x_1$  et  $x_2$ . Simplifier au maximum l'expression.

Soient  $x_1$  et  $x_2$  deux réels distincts.

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(-4x_2 + 5) - (-4x_1 + 5)}{x_2 - x_1} = \frac{-4x_2 + 5 + 4x_1 - 5}{x_2 - x_1} = \frac{-4(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = -4$$

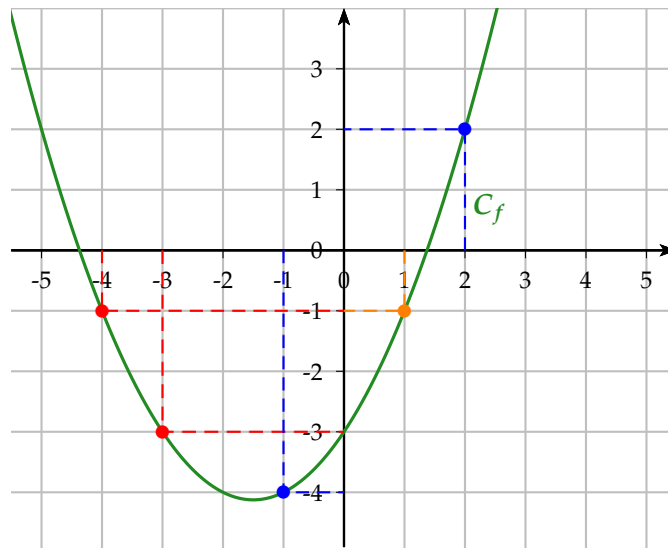
Le taux de variation de  $f$  entre  $x_1$  et  $x_2$  est égal à **-4**.

- 2) En déduire les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

Le taux de variation de  $f$  entre deux réels quelconques est égal à  $-4$ , qui est strictement négatif. Donc  $f$  est **strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$** .

**Exercice 6**

Soit  $f$  une fonction définie par sa représentation graphique dans un repère.



Avec la précision permise par le graphique :

- 1) Déterminer le taux de variation de  $f$  entre  $-4$  et  $-3$ .

Par lecture graphique :  $f(-4) = -1$  et  $f(-3) = -3$ .

$$\frac{f(-3) - f(-4)}{-3 - (-4)} = \frac{-3 - (-1)}{1} = \frac{-2}{1} = -2$$

Le taux de variation de  $f$  entre  $-4$  et  $-3$  est **-2**.

- 2) Déterminer le taux de variation de  $f$  entre  $-1$  et  $2$ .

Par lecture graphique :  $f(-1) = -4$  et  $f(2) = 2$ .

$$\frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{2 - (-4)}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Le taux de variation de  $f$  entre  $-1$  et  $2$  est **2**.

- 3) Déterminer le taux de variation de  $f$  entre  $-4$  et  $1$ . Que remarque-t-on ?

Par lecture graphique :  $f(-4) = -1$  et  $f(1) = -1$ .

$$\frac{f(1) - f(-4)}{1 - (-4)} = \frac{-1 - (-1)}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

Le taux de variation de  $f$  entre  $-4$  et  $1$  est **0**.

On remarque que  $f(-4) = f(1)$  : un taux de variation nul ne signifie pas que  $f$  est constante entre  $-4$  et  $1$  (ici  $f$  décroît puis croît).